BIVALENCIA, ANTINOMIAS Y CONTRADICCIONES
Un ensayo sobre *Truth-Logics* de G.H. Von Wright

José Juan Moreso
Universidad Pomepu Fabra (Barcelona)
Pablo E. Navarro
Conicet, Argentina
M. Cristina Redondo
Conicet, Argentina

I. Introducción

La discusión acerca de las antinomias es uno de los problemas clásicos de la filosofía. Como señala Quine[1],

> An antinomy produces a self-contradiction by accepted ways of reasoning. It establishes that some tacit and trusted pattern of reasoning must be made explicit and henceforth be avoided or revised.

La necesidad de evitar antinomias parece clara. Si ellas producen contradicciones, entonces, a partir de ellas, podría derivarse cualquier otra proposición. Por esta razón, las antinomias producen catástrofes en nuestros razonamientos, convirtiendo en trivial o irrelevante lo que puede ser demostrado en un determinado sistema.

El rechazo del principio de bivalencia (i.e. las proposiciones son verdaderas o falsas) ha sido una estrategia clásica de solución de algunas de las antinomias más conocidas, por ejemplo la paradoja del mentiroso. Sin embargo, con frecuencia se afirma que esta consecuencia devastadora de las antinomias no puede ser evitada mediante el rechazo de la bivalencia ya que ese rechazo conduce precisamente a una contradicción[2].

Por consiguiente, aunque admitir que ciertas proposiciones no son verdaderas ni falsas puede parecer una estrategia útil para disolver antinomias, se necesita un análisis más cuidadoso a efectos de salvar las objeciones al rechazo de la bivalencia. El objetivo general de este trabajo es analizar el alcance y validez del principio de bivalencia en la solución de los problemas generados por las antinomias Es interesante destacar que las antinomias no sólo son

[1] Quine, W.O., “The Ways of Paradox” en *The Ways of Paradox and Other Essays*, p. 5 (Cambridge, Mass: Harvard University Press, 1966)

[2] Paul Horwich, “Theories of Truth” en *A Philosophical Companion to First-Order Logic*, Hughes, R. (ed), pp. 68-69 (Indianapolis: Hackett, 1993). Véase también, Timothy Williamson, *Vagueness*, p.188 (Londres: Routledge, 1994), Sainsbury, R., M., *Paradoxes*, 2nd edition, p. 112 y ss. (Cambridge: Cambridge University Press, 1995)

una fuente persistente de problemas, sino que las actitudes que los filósofos muestran ante estos problemas también reflejan enormes discrepancias[3]. Por ejemplo, algunas veces, las antinomias son consideradas como serios desafíos, mientras que en otras ocasiones, ellas son consideradas como consecuencias inocuas de nuestros esquemas conceptuales. Estas discrepancias acerca de la naturaleza de las antinomias, y de los criterios para establecer si una solución es aceptable, se reflejan en un inabarcable crecimiento de la bibliografía especializada y conspira, en gran medida, contra la originalidad de las soluciones. Por esta razón, suele afirmarse que "no es posible un tratamiento completamente novedoso de las antinomias. Todo esfuerzo serio por dar cuenta de ellas se parece a contribuciones anteriores"[4].

El alcance de nuestro trabajo será modesto. Sólo nos concentraremos en el análisis que Georg Henrik von Wright ofrece de las antinomias y el principio de bivalencia en diferentes ensayos sobre la *lógica de la verdad*[5]. En estos trabajos, von Wright construye diversos sistemas de lógica y muestra los compromisos conceptuales que ellos generan. Entre estos sistemas, es especialmente destacable el denominado TL (Truth-Logic), que admite proposiciones que no son verdaderas ni falsas.

En este trabajo reconsideraremos las principales conclusiones que von Wright establece entre bivalencia, antinomias y contradicciones en el sistema TL. Nuestro objetivo específico es analizar dos importantes consecuencias de TL. Por una parte, el rechazo de la bivalencia no encierra necesariamente una contradicción, y, por otra parte, la aparición de una proposición antinómica *p* no conlleva una catástrofe (i.e. no convierte en trivial al sistema) ya que ello sólo significa que *p* carece de valor de verdad. Por consiguiente, se desprende del análisis de von Wright que en TL las proposiciones antinómicas serían una subclase de las proposiciones que carecen de valor de verdad.

Von Wright, sin embargo, no afirma (aunque tampoco niega explícitamente) que el rechazo de la bivalencia produzca antinomia alguna. Nuestro principal objetivo es abordar la siguiente pregunta: ¿es posible mostrar que, en TL, las proposiciones que carecen de valor de verdad son antinómicas? Si la respuesta fuese afirmativa, entonces el conflicto acerca del alcance y validez

[3] Mackie, John, *Truth, Probability and Paradox*, pp. 239 y ss (Oxford: Oxford University Press, 1973)

[4] G.H. von Wright, "Introduction" en *Philosophical Logic*, pp vi-vii (Oxford: Basil Blackwell, 1983)

[5] Esta decisión de limitarnos al análisis de los trabajos de von Wright no tiene que ser entendida como una indicación de que no consideramos importantes otros enfoques. Más bien, dada la enorme bibliografía disponible sobre estos problemas, preferimos reducir nuestro universo de análisis con el objetivo de contribuir con ideas, relativamente originales, al desarrollo de los sistemas de *Truth-Logic* elaborados por von Wright.

del principio de bivalencia puede ser comprendido de manera diferente. Podría, por ejemplo, sostenerse que el rechazo de la bivalencia es una estrategia conceptual útil y, simultáneamente, admitirse que existe un grano de verdad en el argumento de quienes insisten en que el rechazo de la bivalencia genera consecuencias indeseables, i.e. la aparición de antinomias.

II. Una lógica de la verdad

Una discusión acerca del alcance del principio de bivalencia no puede presuponer lo que es objeto de discusión, es decir, no puede asumir que todas las proposiciones son verdaderas o falsas[6]. Una vez que se admite este criterio de adecuación para el análisis es necesario reconstruir una noción de proposición que no presuponga la validez del principio de bivalencia. En "*Demystifying Propositions*", Georg Henrik von Wright ofrece una sugerente propuesta conceptual para caracterizar a las proposiciones.[7] La noción básica de la propuesta de von Wright es la de enunciado bien formado de un lenguaje *L*. Los criterios para determinar cuáles son los enunciados bien formados de un lenguaje *L* son reconstruidos por los lingüistas, y - *prima facie* - no son objeto de polémica filosófica.

Un enunciado bien formado *E* del lenguaje *L*, por ejemplo "La nieve es blanca", expresa una proposición si y sólo si, al añadirse el prefijo "Es verdad que" (en adelante prefijo T, o simplemente T) al enunciado *E*, se obtiene otro enunciado bien formado E_1 del lenguaje *L*. Por tanto, afirmar que un enunciado expresa una proposición sólo significa que, en el lenguaje *L*, es posible obtener un enunciado E_1 al añadir el prefijo T a *E*. Para von Wright la proposición que afirma "Es verdad que *p*" (e.g. "Tp"), puede ser negada de dos maneras diferentes. Por una parte, la negación *externa* de esta proposición es "No es verdad que *p*", es decir "¬Tp", y su comportamiento lógico es similar a la negación clásica ya que es exhaustiva y excluyente. Por otra parte, la negación *interna* es "Es verdad que ¬*p*", es decir "T¬p". Dado que una proposición es falsa cuando su negación es verdadera, "T¬p" puede leerse como "es falso que p".

Las relaciones entre estas expresiones son intuitivamente fáciles de establecer: si una proposición *p* es verdadera entonces su negación es falsa. Si *p* carece de valor de verdad, su negación también carece de valor de verdad. Si *p* es verdadera entonces también es verdadera la expresión Tp. Sin embargo,

---

[6] En este trabajo asumiremos que el principio de bivalencia se refiere al valor de verdad de las proposiciones, dejando de lado la (importante) discusión previa acerca de los portadores de valor de verdad.

[7] G.H. von Wright, "Demystifying Propositions" en *Truth, Knowledge and Modality,* pp. 14-25 (Oxford: Basil Blackwell, 1984).

si *p* carece de valor de verdad, entonces es falso afirmar que *p* es verdadera, i.e. "Tp" es falso[8].

En su artículo "Truth and Logic"[9], von Wright construye un calculo, que denomina "Truth-Logic" (TL), que permite analizar con claridad algunas importantes consecuencias conceptuales de este enfoque acerca de las proposiciones. El vocabulario básico de TL es el siguiente:

a) Variables p, q,..., que representan enunciados declarativos, i.e. enunciados que admiten su transformación mediante una "*que*-cláusula".
b) Dos conectivas: "¬" para la negación, que corresponde a la palabra "no" de los lenguajes naturales, y "&" para la conjunción, que corresponde a la palabra "y" de los lenguajes naturales.
c) Un operador *T*, que se lee "Es verdad que"
d) Paréntesis

Otras conectivas, correspondientes a la disyunción, condicional y bicondicional son introducidas mediante las siguientes definiciones:

$S \vee S" =_{df} \neg (\neg S \,\&\, \neg S")$

$S \rightarrow S" =_{df} \neg (S \,\&\, \neg S")$

$S \leftrightarrow S" =_{df} \neg (S \,\&\, \neg S") \,\&\, \neg (\neg S \,\&\, S")$

Las expresiones bien formadas del calculo son T-fórmulas. Las T-fórmulas pueden ser recursivamente definidas de la siguiente manera:

(i) Las T-fórmulas son atómicas o moleculares.
(ii) Una fórmula T-atómica consiste del operador T seguido por:
  a) una variable (e.g. Tp), *o*
  b) por un compuesto molecular de variables (e.g. T(p&q)), *o*
  c) por una fórmula T-atómica (e.g. TT¬p), *o*
  d) por un compuesto de T-fórmulas atómicas (e.g. T (Tp & Tq)), *o*
  e) por una variable o compuesto molecular de variables y fórmulas T-atómicas (e.g. T(p→Tq)).
(iii) Una fórmula T-molecular es un compuesto molecular de T-fórmulas atómicas (e.g. Tp→ T¬Tq)[10].

[8] Estas relaciones pueden ser ilustradas a partir de las siguientes tablas para determinar sus valores de verdad. En estas tablas, el valor "verdad" es representado por "V", el valor "falso" por "F", y el valor "ni verdadero ni falso" por el símbolo "?".

p	¬p	Tp	T¬p	¬Tp	¬T¬p
V	F	V	F	F	V
F	V	F	V	V	F
?	?	F	F	V	V

[9] G.H.von Wright, "Truth and Logic" en *Truth, Knowledge and Modality,* op.cit., pp. 26-41. En adelante y por razones de brevedad, se citará como VW84.

[10] Las fórmulas *mixtas*, e.g. $p \rightarrow Tp$ no son admitidas en esta presentación de TL. Sin embargo, en su última presentación de TL, von Wright abandona esta restricción. Véase, G. H.

Las "bases" del cálculo TL son las siguientes:

(A1) $T\neg p \rightarrow \neg Tp$

(A2) $Tp \leftrightarrow T\neg\neg p$

(A3) $T(p\&q) \leftrightarrow Tp \& Tq$

(A4) $T\neg(p\&q) \leftrightarrow T\neg p \vee T\neg q$

(A5) $T\neg Tp \leftrightarrow \neg Tp$

La clase de teoremas de TL se define de la siguiente manera[11]:

(T1) Una T-fórmula que se obtiene a partir de una tautología de LP prefijando la letra T inmediatamente enfrente de cada variable de la tautología de LP. Así, si $\neg p \vee p$ es una tautología de LP, entonces $\neg Tp \vee Tp$ es un teorema de TL[12].

(T2) Los axiomas A1-A5 son teoremas de TL

(T3) T-fórmulas que pueden ser obtenidas a partir de teoremas de TL con la ayuda de las siguientes reglas:

R1. Substitución de variables por otras variables, por un compuesto molecular de variables o por T-fórmulas.

R2. Regla de separación o *modus ponens*.

R3. Regla de la verdad. Si *s* es un teorema T*s* también es un teorema.

El axioma A1 señala que si una proposición es falsa entonces no es verdadera. Pero en TL no se puede probar que si una proposición no es verdadera entonces ella es falsa. Esto abre un espacio conceptual para dar cuenta de aquellas proposiciones que no son verdaderas ni falsas. A su vez, el axioma A5 es especialmente importante para analizar a las proposiciones que carecen de valor de verdad. Por ejemplo, sea *p* una proposición que no es verdadera ni falsa. Bajo este presupuesto, se sigue que es *verdad* que no es verdad que *p*. Ahora bien, dado que la verdad de la negación de una proposición ha sido definida como la falsedad de esa proposición, se sigue que

---

von Wright, "Truth-Logics" en *Six Essays in Philosophical Logic*, pp.71-91, Acta Philosophica Fennica, vol 60, (Helsinki: Philosophical Society of Finland, 1996). En adelante, y por rezones de brevedad se citará como VW96.

[11] Cuatro metateoremas son especialmente importantes en TL (VW84, pp. 28-31):

(M1) Si S ↔ S" es un teorema de TL, entonces S y S" son intercambiables *salva veritate* en las T-fórmulas.

(M2) Una T-fórmula es equivalente a una T-fórmula de primer orden, i.e. una fórmula en la que ninguna T está dentro del alcance de otra T.

(M3) Una T-fórmula es equivalente con un compuesto molecular de fórmulas T-atómicas de la forma simple de una T seguida ya sea por una única variable o por la negación de una única variable. Estas fórmulas se denominan "constituyentes de verdad" o T-constituyentes" de la fórmula T original.

(M4) Todos los teoremas de TL son T-tautologías y todas las T-tautologías son teoremas de TL.

[12] En VW96, p. 74, von Wright incorpora este teorema al núcleo axiomático.

es *falso* que es verdad que *p*. Por ello, A5 muestra que aunque pueden existir proposiciones que carecen de valor de verdad, e.g. "*p*", una proposición que comienza con la expresión "Es verdad que..." expresa una proposición que es verdadera o falsa[13].

El axioma A2 dice que una proposición es verdadera si y sólo si su negación es falsa. A su vez, el axioma A3 señala que una conjunción de proposiciones es verdadera si y sólo si los miembros de la conjunción son verdaderos. A4 es equivalente a $T(p \vee q) \leftrightarrow Tp \vee Tq$, y ello muestra que en TL, una disyunción es verdadera si y sólo si alguno de sus miembros es verdadero. Esta explicación informal de los axiomas de TL sirve para comprender el modo en que se asignan valor de verdad a las fórmulas de TL. La característica más importante es la siguiente: el valor de verdad de una T-fórmula depende del valor de verdad asignado a una variable proposicional. Sin embargo, aunque podemos asignar "?" a una variable, conforme al axioma A5, una T-fórmula siempre será verdadera o falsa[14].

III. Bivalencia en TL

En TL el principio de bivalencia, i.e. $Tp \vee T\neg p$ no es válido ya que cuando *p* es "?" esa fórmula es falsa. Sin embargo, el principio de bivalencia puede ser "recuperado" en TL de otra manera diferente, por ejemplo, mediante las siguientes tautologías de TL:

Alcance restringido de la bivalencia clásica: Es verdad que *p* o no *p* si y sólo si, es verdad que p o es falso que *p*

(1) $T(p \vee \neg p) \leftrightarrow Tp \vee T\neg p$.

Bivalencia en TL: Es verdad que *p* es verdadera o es falso que *p* es verdadera

---

[13] Una importante excepción a esta afirmación se encuentra en el tratamiento de von Wright de las proposiciones genéricas. Al respecto, véase la sección VI de este trabajo.

[14] En TL, las tablas para decidir el valor de verdad de otras fórmulas se elaboran a partir de las siguientes asignaciones:

a) Una conjunción es verdadera cuando todos sus miembros son verdaderos. Una conjunción es falsa cuando al menos uno de sus miembros es falso. En los restantes casos, la conjunción es indeterminada, i.e. recibe el valor "?"

b) Una disyunción es verdadera cuando uno de sus miembros es verdadero. La disyunción es falsa cuando todos sus miembros son falsos. En los restantes casos, la disyunción es indeterminada, i.e. recibe el valor "?"

c) Un condicional es verdadero cuando su antecedente es falso o su consecuente es verdadero. El condicional es falso cuando su antecedente es verdadero y su consecuente falso. En los restantes casos, el condicional es indeterminado, i.e. recibe el valor "?"

d) Un bicondicional es verdadero cuando sus miembros son ambos verdaderos o son ambos falsos. El bicondicional es falso cuando uno de sus miembros es verdadero y el otro falso. En los restantes casos, el bicondicional es indeterminado, i.e. recibe el valor "?".

(2) $TTp \vee T\neg Tp$.

La formula (2) dice que las T-fórmulas son siempre verdaderas o falsas. De este modo, aunque TL tiene la capacidad expresiva suficiente para asignar una valor indeterminado, i.e. "?", a una cierta proposición *p*, la afirmación de que *p* no es verdadera ni falsa, i.e. $\neg Tp \& \neg T\neg p$ *es* verdadera o falsa. Es conveniente remarcar que la fórmula $(\neg Tp \& \neg T\neg p)$ *no* es un teorema de TL. Sin embargo, la afirmación más débil $(\neg Tp \& \neg T\neg p) \leftrightarrow \neg (Tp \vee T\neg p)$ es una tautología de TL. Esta última fórmula dice que una proposición no es verdadera ni falsa si y sólo si se niega la bivalencia.

A menudo se afirma que el rechazo de la bivalencia introduce una contradicción. Por ejemplo, Paul Horwich intenta demostrar esta conclusión mediante el siguiente argumento[15]:

> The simplest plausible account of falsity is that a proposition is false just in case it is not true. An alternative formulation of this idea –one that parallels the equivalence schema for truth- is given by
>
> The proposition *that* p is false iff $\neg p$
>
> These two formulations are equivalent. For the logical expression "$\neg p$" is shorthand for "It is not the case that p". But there is no reason to distinguish *being true* and *being the case*. So, "$\neg p$" means nothing more or less than "It is not true that p", which is presumably synonymous with "The proposition *that* p is not true"
>
> From this natural account of falsity it follows that every proposition has a truth-value, for to say of some proposition that it is neither true nor false would be to imply that it is both not true and not *not* true, which is a contradiction. This result has important ramifications in semantics, where it has been often found tempting to mark out certain odd propositions as having no truth-value.

Este argumento, sin embargo, no sirve para demostrar que el rechazo de la bivalencia genera una contradicción ya que presupone que todas las proposiciones son verdaderas o falsas. TL puede ayudarnos a ilustrar este presupuesto con claridad. En TL, la fórmula $\neg Tp \rightarrow T\neg p$ no es un teorema. La formula $\neg Tp \rightarrow T\neg p$ es obviamente equivalente a $Tp \vee T\neg p$, y ello significa que la principal premisa del argumento de Horwich (i.e. que una proposición p es falsa en el caso en que p no es verdadera) depende conceptualmente de la previa presuposición de que la proposición p es verdadera o falsa.

Hemos mostrado que la raíz del fracaso del argumento de Horwich se encuentra en el esquema simple que propone para representar a la falsedad de una proposición. Dado que según Horwich este enfoque es similar al esquema para la verdad parece claro que también se asume que una proposición *que* p es verdadera si y sólo si *p*. Conforme a esta reconstrucción, el prefijo "es verdad que..." es redundante y puede ser eliminado. En otras palabras,

---

[15] Paul Horwich, "Theories of Truth" en *A Philosophical Companion to First-Order Logic*, Hughes, R. (ed), pp. 68-69 (Indianapolis: Hackett, 1993)

“Es verdad que la nieve es blanca” es equivalente a afirmar simplemente *“La nieve es blanca” es verdadera*, y esa oración es verdadera si y sólo si la nieve es blanca. Timothy Williamson ha intentado mostrar explícitamente las consecuencias que se siguen del rechazo de la bivalencia y de este esquema desentrecomillado para la verdad (*disquotational scheme for truth*)[16]. En primer lugar, Williamson introduce el siguiente esquema para la verdad (T) y la falsedad (F) de los enunciados:

(T) Si una oración *u* dice que *P*, entonces *u* es verdadero si y sólo si P.
(F) Si una oración *u* dice que *P*, entonces *u* es falso si y sólo si no P.

Luego ofrece el siguiente argumento deductivo:

a) *u* dice que *P*	[Hipótesis]
b) No (*u* es verdadero o *u* es falso)	[negación de la bivalencia]
c) *u* es verdadero si y sólo si *P*.	[(T), (a), modus ponens]
d) *u* es falso si y sólo si no *P*.	[(F), (a), modus ponens]
e) No (*P* o no *P*).	[sust. en (c) y (d)]
f) No *P* y no no *P*.	[(e), leyes de Morgan]

Las conclusiones de Williamson y Horwich son idénticas, i.e. el rechazo de la bivalencia produce una contradicción. Analicemos con las herramientas de TL los compromisos que adquieren quienes mantienen un esquema desentrecomillado de la verdad. ¿Puede aceptarse en TL que “Tp” es equivalente a “p”? En otras palabras: ¿Sería posible demostrar en TL la fórmula T (p $\leftrightarrow$ Tp)? La respuesta de von Wright es negativa. Más aún, von Wright muestra que T (p $\leftrightarrow$ Tp) es equivalente con Tp $\vee$ T$\neg$p. Por eso, von Wright señala:

> But now it is clear under which circumstances the equivalence between “it is true that p” and “p” holds good, i.e. T (p $\leftrightarrow$ Tp) would be a theorem. It holds good if, and only if, it is either true or false that p. So, for propositions which can safely be assumed to have (or are already presupposed to have) a truth-value, the addition of the phrase “it is true that” to the sentence expressing the proposition *is* otiose or vacuous.

Por consiguiente, el argumento de Williamson no sirve para refutar al rechazo del principio de bivalencia. En TL, la fórmula T (p $\leftrightarrow$ Tp) $\leftrightarrow$ Tp $\vee$ T$\neg$p es un teorema, aunque ninguna de la T-fórmulas de este bicondicional sea, aisladamente consideradas, un teorema de TL[17].

---

[16] Timothy Williamson, *Vagueness*, p.188 (Londres: Routledge, 1994).

[17] Podría argumentarse que nuestra refutación del argumento de Horwich y Williamson pasa por alto que la manera intuitiva de representar la eliminación del prefijo “es verdad que” es mediante la fórmula “p $\leftrightarrow$ Tp” en lugar de T (p $\leftrightarrow$ Tp). Sin embargo, la fórmula “p $\leftrightarrow$ Tp” no puede aceptarse como bien formada en TL. Para ello habría que ampliar el vocabulario de nuestro cálculo a fines de eliminar las restricciones a estas fórmulas “mixtas”. En este caso, una lógica de la verdad compatible con el rechazo de la bivalencia, i.e. TL, podría admitir como nuevo axioma a “Tp $\rightarrow$ p”. Este axioma adicional dice que si es verdad que *p* entonces *p*. Sin embargo, “p $\rightarrow$ Tp” no es válido en TL. Si también se admitiese esta última fórmula,

IV. Las antinomias en TL

Según hemos visto, la formula que dice que es verdad que una proposición p es materialmente equivalente con otra proposición que dice que p es verdadera, i.e. T (p $\leftrightarrow$ Tp) implica y es implicada por la bivalencia. Ahora bien, ¿qué ocurre con la afirmación de que es verdad que una proposición p es equivalente con la afirmación de su propia falsedad? Consideremos la siguiente fórmula:

(3) T (p $\leftrightarrow$ T¬p)

Esta formula dice que es verdad que *p* si y sólo si *p* es falsa. ¿Puede (3) ser probada en TL? La respuesta es negativa. En TL, (3) es una contradicción, i.e. es falsa para cualquier asignación de verdad para *p*. La fórmula "¬Tp & ¬T¬p" es implicada por (3), es decir, una proposición que fuese equivalente con la afirmación de su propia falsedad no sería verdadera ni falsa. Por contraposición, se obtiene:

(4) Tp $\vee$ T¬p $\rightarrow$ ¬T (p $\leftrightarrow$ T¬p)

En otras palabras: si se asume la bivalencia respecto de una proposición p, entonces p no puede ser equivalente con otra proposición que afirma que p es falsa[18].

La importancia de este análisis es su obvia relación con ciertas antinomias, e.g. la paradoja del mentiroso. Así, Tarski, refiriéndose a una determinada oración (*sentence*) autoreferente S (e.g. "esta oración es falsa"), señala[19]:

> In case S asserts its own falsity, we can show by means of a simple argument that S is both true and false-and we are confronted again with the antinomy of the liar.

En TL la situación es diferente. Según muestra von Wright, si una proposición *p* dice de ella misma que es falsa, entonces se puede probar que ella no es verdadera ni falsa[20]. Von Wright *define* a una proposición antinómica

---

TL colapsaría en una lógica de la verdad "*clásica*", es decir, una lógica en el que el operador T es redundante. Von Wright denomina *CLM* a este lógica "clásica" de la verdad. En CLM, al admitirse la fórmula p $\leftrightarrow$ Tp, también se puede probar Tp $\vee$ T¬p. Al respecto, véase: VW96, pp. 81, y ss.

[18] Conforme a al metateorema M1, es posible sustituir *salva veritate* en TL a T-fórmulas equivalentes, y por consiguiente, de Tp $\vee$ T¬p $\rightarrow$ ¬T (p $\leftrightarrow$ T¬p) podemos obtener T (p $\leftrightarrow$ Tp) $\rightarrow$ ¬T (p $\leftrightarrow$ T¬p). Ello significa que si adoptamos el esquema desentrecomillado para la verdad entonces no puede admitirse como verdadero que una proposición *p* sea equivalente a otra proposición que afirma que *p* es falsa.

[19] Tarski, Alfred, "Truth and Proof" en *A Philosophical Companion to First-Order Logic*, op. cit., p. 112

[20] VW84, p. 40. Su argumento es el siguiente:

A proposition can of course *say* of itself that it is false. "This proposition is false" = p. Which proposition? This same proposition, that p. So that, if Tp then also TT¬p, i.e. T¬p. Thus señalando que una proposición es antinómica si y sólo, de la presuposición de que esa proposición es verdadera o falsa se sigue lógicamente que, si es verdadera entonces es falsa, y si es falsa entonces es verdadera[21]. Si una proposición *p* es antinómica, entonces tenemos en TL, $(Tp \vee T\neg p) \rightarrow (Tp \leftrightarrow T\neg p)$. El consecuente de este condicional es equivalente a $\neg Tp \,\&\, \neg T\neg p$, que es la negación del antecedente. Por esta razón, von Wright señala[22]:

> A (material) implication the consequent of which is the negation of the antecedent is logically equivalent with the consequent alone. This allows us to infer the consequent from the implication. The inference was called by the medievals the *consequentia mirabilis*. Thus we can infer, by the consequentia mirabilis, that if a proposition is antinomic then it lacks truth-value, is neither true nor false.

Un argumento similar al expuesto por von Wright puede encontrarse en el trabajo sobre paradojas de R.M. Sainsbury. En este libro, se supone que una proposición **L1** dice de sí misma que es falsa[23]:

L1 L1 is falsa

Luego, asumiendo que si un enunciado es verdadero entonces no es falso y si es falso entonces no es verdadero, se obtiene: si **L1** es verdadero, entonces **L1** no es verdadero y si **L1** es falso, entonces **L1** no es falso. Por ello, Sainsbury concluye de la siguiente manera[24]:

> If a sentence implies its own negation, then we can infer that negation. (This principle is called *consequentia mirabilis*. It amounts to the validity of the sequent: $A \rightarrow \neg A \models \neg A$). … So, standard reasoning guarantees that L1 is not true and it is not false. Let us summarize this as follows:

G L1 is neither true nor false

Por consiguiente, Sainsbury señala que, en apariencia, la respuesta más natural e inmediata a la paradoja del mentiroso sería señalar que L1 no es verdadera ni falsa. Sin embargo, Sainsbury destaca esta conclusión con animo destructivo, es decir, su intención es enfatizar que **G** no puede resolver la paradoja. Para ello ofrece diversos argumentos. En primer lugar, sostiene que el rechazo de la bivalencia reintroduciría la paradoja a través de un argumento más complejo. En segundo lugar, muestra que de L1 se sigue no solamente que L1 no es verdadero ni falso, sino también que L1 es verdadero y falso. En tercer lugar, señala que la paradoja se reintroduce cuando consideramos a una proposición que afirma de si misma que es falsa o que

---

$Tp \rightarrow T\neg p$ which entails $\neg Tp$. But also, if $TT\neg p$ then Tp or $T\neg p \rightarrow Tp$ which entails $\neg T\neg p$. The proposition which says of itself that it is false thus necessarily (provably) is neither true nor false

[21] VW84, p. 40

[22] VW84, pp. 40-41

[23] Sainsbury, R.,M., *Paradoxes*, op. cit. pp. 111 y ss.

[24] Sainsbury, R.,M., *Paradoxes*, op. cit. pp. 112.

carece de valor de verdad. Finalmente, en cuarto lugar, señala que cuando una proposición dice de si misma que no es verdadera se vuelve a obtener la paradoja. Consideremos estos argumentos con mayor detalle[25].

1. Primer argumento

Supongamos que, conforme a **G, L1** no es verdadera ni falsa. Según Sainsbury[26]

> **G** entails that **L1** is not false. But this is the negation of L1 itself. So **G** entails
>
> **Not-L1** L1 is not false.
>
> So **not–L1** is true (using the principle that anything which entails a sentence entails the truth of that sentence). This in turns entails that L1 is false (using the principle that any sentence whose negation is true is false). So G appears to entail a contradiction: that L1 is not false and L1 is false. Hence it cannot constitute a resolution of the paradox

¿Puede TL ayudarnos a refutar el argumento de Sainsbury? Es difícil responder claramente a esta pregunta ya que la manera de presentar a la paradoja no puede ser exactamente reproducida con el vocabulario de TL. Pero, supongamos que **L1** fuese representado mediante la fórmula (3) $T(p \leftrightarrow T\neg p)$. Como hemos señalado, de (3) se sigue $\neg Tp \,\&\, \neg T\neg p$. Para que se reproduzca la paradoja sería preciso mostrar que de $\neg Tp \,\&\, \neg T\neg p$ se sigue que (3) es falsa y no es falsa a la vez. Ahora bien, dado que (3) es una contradicción en TL, su negación es una tautología. Por ello, son teoremas de TL:

(5) $\neg T(p \leftrightarrow T\neg p)$

(6) $T\neg(p \leftrightarrow T\neg p)$

Pero de (5) o (6), conjuntamente con $\neg Tp \,\&\, \neg T\neg p$, no se puede derivar

(7) $\neg T\neg(p \leftrightarrow T\neg p)$

Sólo si pudiésemos derivar (7), la paradoja volvería a reintroducirse, i.e. la conjunción de (6) y (7) es una contradicción. Por consiguiente, aunque de (3) $T(p \leftrightarrow T\neg p)$ se siga que *p* carece de valor de verdad, en TL ello no es equivalente a señalar que (3) también carezca de valor de verdad. Es decir, es necesario distinguir claramente señalar que *p* carece de valor de verdad y afirmar que no es verdadera ni falsa la proposición que dice que es verdad que *p* si y sólo si *p* es falsa.

---

[25] No pretendemos ofrecer un análisis exhaustivo de los argumentos de Sainsbury sino, más bien,.utilizar a esos argumentos como una estrategia para exponer algunos de los recursos analíticos más interesantes de TL.

[26] Sainsbury, R.,M., *Paradoxes*, op. cit. pp. 116

2. Segundo argumento

El segundo argumento que Sainsbury introduce para mostrar que el rechazo de la bivalencia es insuficiente para resolver la paradoja señala que **L1** no sólo conduce a sostener que **L1** no es verdadera ni falsa sino también que L1 es verdadera y falsa. El razonamiento es el siguiente[27]:

> Suppose L1 is not false, that is suppose not-L1 (Principle: since L1 = "L1 is false" we may substitute one for the other...). Then not-L1 is, by supposition, true. So L1 is false (Principle: a sentence is false if its negation is true). So if L1 is not false, it is false. But since this is what L1 says it is, it is true. So it is both true and false.

Esta conclusión es explícitamente rechazada por von Wright de la siguiente manera[28]:

> A proposition which was equivalent with the assertion of its own falsehood would be neither true nor false (Such a proposition would *not* be both true *and* false – except in the "weak" sense of truth and falsehood which also covers propositions without truth-value).

TL es nuevamente útil para mostrar los presupuestos del argumento de Sainsbury que son necesarios rechazar. Supongamos que **L1** es representada en TL mediante nuestra fórmula (3) $T (p \leftrightarrow T\neg p)$. El argumento de Sainsbury comienza con la suposición de que **L1** no es falsa. Por ello, podemos representar esta suposición en TL, mediante la fórmula:

(8) $\neg T\neg\, T (p \leftrightarrow T\neg p)$

Luego, Sainsbury afirma que ello es equivalente a sostener la negación de L1, que en el caso de TL sería la negación de (3).

(9) $\neg T (p \leftrightarrow T\neg p)$

La contradicción que denuncia Sainsbury puede obtenerse sólo si se admite que (8) y (9) son equivalentes. Es decir:

(10) $(\neg T\neg\, T (p \leftrightarrow T\neg p)) \leftrightarrow (\neg T (p \leftrightarrow T\neg p))$

Sin embargo, (8) es equivalente a:

(11) $TT (p \leftrightarrow T\neg p)$

Dado que la iteración de T puede ser eliminada, se obtiene:

(12) $T (p \leftrightarrow T\neg p)$

Una vez que se establece esta conclusión es evidente que (8) y (9) no son equivalentes y no pueden ser sustituidos *salva veritate*. El principio que Sainsbury invoca nos llevaría a admitir que de la expresión "no es falso que verdadero *p*" se sigue "no es verdadero p". En TL, sin embargo, este principio no es válido, y por consiguiente no puede mostrarse que L1 es a la vez verdadero y falso..

[27] Sainsbury, R.M., *Paradoxes*, op. cit., p. 153

[28] VW84, p. 40

3. Tercer argumento

En este caso, el argumento de Sainsbury es que si suponemos que es verdadera una oración **LG** que afirma que ella es falsa o ni verdadera ni falsa, entonces se sigue que ella no es verdadera ni falsa *y también* que es verdadera o falsa. Según Sainsbury[29]:

> We can reason as follows: suppose LG is neither true nor false; then it is true (since an or-statement si true if one of its alternatives is), and so it is either true or false... Combining results, we show that it is both neither true nor false, and also either true or false.

Supongamos que es verdad una proposición *p* que es equivalente a una proposición que diga que *p* es falsa o que carece de valor de verdad. En TL puede representarse esta hipótesis de la siguiente manera:

(13) $T[(p \leftrightarrow (T\neg p \vee \neg Tp \,\&\neg T\neg p)]$

El argumento de Sainsbury se basa en la hipótesis de que (13) no es verdadera ni falsa. Por consiguiente, la hipótesis es:

(14) $\neg\, T\, T[(p \leftrightarrow (T\neg p \vee \neg Tp \,\&\neg T\neg p)] \,\&\, \neg T\neg\, T[(p \leftrightarrow (T\neg p \vee \neg Tp \,\&\neg T\neg p)]$

De (14), mediante la cancelación de la iteración de operadores T se obtiene:

(15) $\neg\, T[(p \leftrightarrow (T\neg p \vee \neg Tp \,\&\neg T\neg p)] \,\&\, T[(p \leftrightarrow (T\neg p \vee \neg Tp \,\&\neg T\neg p)]$

La fórmula (15) es una contradicción, y por ello no puede admitirse en TL.

La premisa que conduce a la conclusión inaceptable es el supuesto de que la proposición carece de valor de verdad. Pero, ¿qué proposición? Aquí es importante distinguir entre afirmar que (13) no es verdadera ni falsa y afirmar que la proposición *p* no es verdadera ni falsa. Consideremos que ocurre en el caso en que se admitiese que (13) es verdadera y, a la vez, se afirmase que *p* carece de valor de verdad.

De (13) podemos obtener $T[(p \leftrightarrow (T\neg p \vee (Tp \rightarrow T\neg p))]$. Luego, mediante sucesivas distribuciones del operador T, tenemos $Tp \leftrightarrow (T\neg p \vee (Tp \rightarrow T\neg p))$. Por contraposición, se deriva $\neg Tp \leftrightarrow \neg (T\neg p \vee (Tp \rightarrow T\neg p))$. El lado derecho del bicondicional es una disyunción y uno de sus miembros es un condicional. Transformando este condicional en la negación de una conjunción se obtiene en el lado derecho $\neg (T\neg p \vee \neg (Tp \,\&\, \neg T\neg p))$. El bicondicional, entonces, queda de la siguiente manera: $\neg Tp \leftrightarrow \neg (T\neg p \vee \neg (Tp \,\&\, \neg T\neg p))$. Mediante la simplificación del bicondicional, leyes de De Morgan en el lado derecho del bicondicional e idempotencia de la conjunción, tenemos: $\neg Tp \rightarrow (\neg T\neg p \,\&\, Tp)$. Si se admite que *p* no es verdadera

[29] Sainsbury, R.M., *Paradoxes*, op. cit., p. 116

ni falsa, entonces, se podría derivar ($\neg T \neg p$ & Tp). Pero, de esta fórmula conjuntamente con la suposición de que *p* carece de valor de verdad se sigue una contradicción: $Tp \,\&\, \neg Tp$. La moraleja de este argumento es que (13) implica que *p* es verdadera o falsa, i.e. $Tp \vee T\neg p$.

A su vez, (13) implica a:

(14) $T\,(p \leftrightarrow T\neg p) \vee T\,(p \leftrightarrow \neg Tp \,\&\neg T\neg p)$

Transformando (14) en un condicional obtenemos

(15) $\neg T\,(p \leftrightarrow T\neg p) \rightarrow T\,(p \leftrightarrow \neg Tp \,\&\neg T\neg p)$

Dado que anteriormente hemos visto que en TL es un teorema $Tp \vee T\neg p \rightarrow \neg T\,(p \leftrightarrow T\neg p)$, tendríamos, por transitividad, que (13) implica a

(16) $T\,(p \leftrightarrow \neg Tp \,\&\neg T\neg p)$.

Obviamente, ello no significa que *p* carece de valor de verdad, pero se puede señalar que cuando (13) es verdadera, entonces también es verdadera una proposición que expresa que *p* es equivalente a afirmar que *p* no es verdadera ni falsa.

El cuarto argumento

Sainsbury señala que una proposición **LG** que afirmase que ella no es verdadera reintroduce la paradoja. Su argumento es que **LG** dice que ella no es verdadera, entonces si es verdadera no es verdadera y si no es verdadera es verdadera. En TL, sin embargo, la fórmula $T\,(p \leftrightarrow \neg Tp)$ es equivalente a $(T\neg p \,\&\, T\neg\neg Tp) \vee (Tp \,\&\, \neg Tp)$. Ambos miembros son refutables, y eso significa que hemos probado en TL, $\neg T\,(p \leftrightarrow \neg Tp)$. En otras palabras, en TL no puede ser verdadera una proposición que afirma que ella misma no es verdadera.

V. Criterios para identificar antinomias

En su último ensayo acerca de las lógicas de la verdad (VW96), von Wright mantiene prácticamente inalterada la definición de antinomia, i.e. *p* es antinómica si y sólo si, si se asume que *p* es verdadera o falsa, se sigue lógicamente que si *p* es verdadera es falsa y si es falsa es verdadera. Sin embargo, también añade (VW96, p. 84):

> ... la proposición p es antinómica si, y sólo si, se puede probar una formula $(Tp \vee T\neg p) \rightarrow (Tp \& T\neg p)$.

Por consiguiente, habría dos *criterios*, materialmente equivalentes, para establecer si una proposición es antinómica en TL. El primer criterio (VW84) señala que si se asume que una proposición *p* es verdadera o falsa, entonces se sigue lógicamente que *p* es verdadera si y sólo si es falsa. El segundo criterio (VW96) señala que si se asume que una proposición *p* es verdadera o falsa, entonces se sigue lógicamente que *p* es verdadera y falsa. Ambos criterios pueden ser representados en TL de la siguiente manera:

(17) $(Tp \vee T\neg p) \rightarrow (Tp \leftrightarrow T\neg p)$

(18) $(Tp \vee T\neg p) \rightarrow (Tp \& T\neg p)$

Tanto (17) como (18) son equivalentes a $(\neg Tp \& \neg T\neg p)$. En otras palabras, en TL es posible demostrar

(19) $(\neg Tp \& \neg T\neg p) \leftrightarrow ((Tp \vee T\neg p) \rightarrow (Tp \leftrightarrow T\neg p))$

(20) $(\neg Tp \& \neg T\neg p) \leftrightarrow ((Tp \vee T\neg p) \rightarrow (Tp \& T\neg p))$

Por ejemplo, consideremos a (19). La prueba de derecha a izquierda ya ha sido comentada al mostrar las consecuencias que una antinomia tiene en TL, es decir que si *p* es una proposición antinómica entonces se sigue lógicamente que la proposición *p* carece de valor de verdad. La prueba de izquierda a derecha, i.e. $(\neg Tp \& \neg T\neg p) \rightarrow ((Tp \vee T\neg p) \rightarrow (Tp \leftrightarrow T\neg p))$ es simple. La fórmula $(Tp \vee T\neg p) \rightarrow (Tp \leftrightarrow T\neg p)$ es equivalente a

(21) $\neg (Tp \vee T\neg p) \vee (Tp \leftrightarrow T\neg p)$

y (21) es, aplicando las leyes de De Morgan, equivalente a:

(22) $(\neg Tp \& \neg T\neg p) \vee (Tp \leftrightarrow T\neg p)$

Por consiguiente, la fórmula

(23) $(\neg Tp \& \neg T\neg p) \rightarrow ((Tp \vee T\neg p) \rightarrow (Tp \leftrightarrow T\neg p))$ es equivalente a la fórmula:

(24) $(\neg Tp \& \neg T\neg p) \rightarrow ((\neg Tp \& \neg T\neg p) \vee (Tp \leftrightarrow T\neg p))$

Dado que una disyunción es lógicamente implicada por cualquiera de sus miembros individualmente, se sigue que $(\neg Tp \& \neg T\neg p)$ *implica lógicamente* a $(Tp \vee T\neg p) \rightarrow (Tp \leftrightarrow T\neg p)$. Mediante el argumento que los escolásticos denominaban *consequentia mirabilis*, hemos visto que $(Tp\vee T\neg p)\rightarrow (Tp \leftrightarrow T\neg p)$ *implica lógicamente* a $(\neg Tp \& \neg T\neg p)$. Por consiguiente, una proposición *p* carece de valor de verdad si y sólo si es *lógicamente equivalente* a otra proposición que expresa un criterio para determinar si *p* es antinómica en TL. Dado que $(\neg Tp \& \neg T\neg p)$ es lógicamente equivalente a $(Tp \vee T\neg p) \rightarrow (Tp \leftrightarrow T\neg p)$, ¿no puede simplemente decirse que es verdad que *p* es antinómica si y sólo si es verdadero *p* carece de valor de verdad?

La manera en que von Wright define a las proposiciones antinómicas parece impedir esta conclusión. Representemos mediante *Ap* la expresión "*p* es antinómica". Para que esta afirmación sea verdadera debería satisfacerse que:

(a) $Ap \leftrightarrow$ [Del supuesto de que $(Tp \vee T\neg p)$ se sigue lógicamente $(Tp \leftrightarrow T\neg p)$]

En TL no se puede representar el lado derecho de este bicondicional. Ahora bien, de una implicación lógica se sigue un condicional material, y por esta razón, cuando *p* es antinómica, entonces tenemos en TL, $(Tp\vee T\neg p)\rightarrow (Tp \leftrightarrow T\neg p)$. Por esta razón, si *p* es antinómica, tendríamos

(b) $Ap \rightarrow [(Tp \vee T\neg p) \rightarrow (Tp \leftrightarrow T\neg p)]$[30]

De esta manera, dado que (b) es una expresión que se sigue de – pero no implica lógicamente a – (a) la equivalencia entre $\neg Tp$ & $\neg T\neg p$ y $(Tp \vee T\neg p) \rightarrow (Tp \leftrightarrow T\neg p)$ no alcanzaría para probar que una proposición que carece de valor de verdad es antinómica.

Tal vez la respuesta más directa a este argumento es la siguiente: aunque de ($\neg Tp$ & $\neg T\neg p$) se sigue lógicamente $(Tp \vee T\neg p) \rightarrow (Tp \leftrightarrow T\neg p)$, podría replicarse que eso todavía no muestra que si asumimos $(Tp \vee T\neg p)$ se *sigue lógicamente* $(Tp \leftrightarrow T\neg p)$. Para mostrar esta conclusión habría que establecer que existe una conexión específica entre el antecedente y el consecuente de este condicional; de manera tal que la verdad del consecuente dependiese de la verdad de su antecedente[31]. En este caso, se podría señalar que la conexión entre antecedente y consecuente es una relación de implicación lógica. Consideremos, por ejemplo, que se afirma:

> Usted ha dejado de golpear a su esposa

Supongamos que esta frase no es verdadera ni falsa ya que usted nunca ha golpeado a su esposa. Según Sainsbury, podríamos argumentar de la siguiente manera[32]:

> If you have never beaten your wife, the sentence is certainly not true; but to say it is false, or to say that you have not stopped beating your wife, arguably suggests that you are still beating her.

De esta manera, la frase, "*Usted ha dejado de golpear a su esposa*" podría ser apta para sostener que ella es antinómica. Si sostuviésemos que ella es verdadera entonces parece seguirse algo falso (e.g. usted golpeaba a su esposa). De igual manera, si decimos que es falso que usted ha dejado de golpear a su esposa parece seguirse algo verdadero, i.e. que usted no golpea a su esposa. La misma conclusión puede obtenerse con otras conocidas expresiones, e.g. "El rey de Francia es calvo", "los números primos son verdes", etc., que usualmente son usadas como ejemplo de proposiciones que carecen de valor de verdad. Por ejemplo, von Wright afirma[33]:

> A name may be without bearer, a descriptive phrase not denote any existing thing. Examples: "Pegasus", "The King of France", The greatest cardinal number". Also such names and phrases often figure as the subject-terms in subject-predicates sentences.

---

[30] (17) y (18) no son fórmulas bien formadas de TL, y su única función en este párrafo es poner de manifiesto la compleja estructura de las proposiciones antinómicas.

[31] Véase, G.H. von Wright, "Conditionality" en G. H. von Wright, *Six Essays in Philosophical Logic*, op. cit., p. 20 y ss.

[32] Sainsbury, R.M, *Paradoxes*, op. cit., p. 113

[33] G.H. von Wright, "The Logic of Predication" en *Truth, Knowledge & Modality*, op. cit., p.49.

> Of such sentences it seems natural to say that the propositions which they express are neither true nor false. The proposition that the greatest cardinal number is an even number is not true. *But nor is it false – which would mean that the greatest cardinal number is an odd number* (Itálicas añadidas)

Estas expresiones parecen, por consiguiente, satisfacer el criterio para ser consideradas antinómicas ya que si ellas fuesen verdaderas o falsas, entonces se seguiría que ellas son, a la vez, verdaderas y falsas. Esta conclusión no es en absoluto novedosa, y tampoco pretende demostrar que *cualquier* proposición que carece de valor de verdad es antinómica. Sólo pretende ilustrar que las diferencias entre ambas clases de proposiciones son menos importantes que lo que usualmente se asume. Las herramientas de TL también parecen avalar esta tesis. Mediante la regla M1 es permitida la sustitución *salva veritate* de los miembros de una expresión equivalente en TL. Por ello, parece claro que cualquier fórmula que puede *en TL* derivarse de una antinomia, también puede ser derivado de una proposición que carece de valor de verdad. A su vez, cualquier fórmula que puede *en TL* derivarse de una proposición que carece de valor de verdad también puede derivarse de una antinomia.

VI. Conclusiones

Las principales conclusiones de este trabajo son:

(i) El rechazo del principio de bivalencia no conduce necesariamente a una contradicción

(ii) En TL, la aparición de una proposición antinómica p no conduce a una trivialización del sistema de razonamiento, ya que ello sólo significa que p carece de valor de verdad.

Según hemos mostrado, sólo si el rechazo de la bivalencia conllevase una contradicción podría decirse que las antinomias son también catastróficas en TL. Ahora bien, es importante recordar que una de las razones principales para ocuparnos de las antinomias era, precisamente, que ellas involucran serias amenazas para nuestros esquemas conceptuales. Por ello, podríamos suponer que una *buena definición* de antinomia tiene que recoger este componente problemático de las antinomias. Por ejemplo, en LP la estructura de una antinomia podría ser $(p \vee \neg p \rightarrow p \,\&\, \neg p)$. Es obvio que, en LP, de $(p \vee \neg p \rightarrow p \,\&\, \neg p)$ podríamos derivar cualquier otra proposición, e.g. q.

En lógica proposicional, la fórmula $p \vee \neg p$ es una instancia tanto del principio de bivalencia como también del tercero excluido. Ahora bien, ¿es la bivalencia o el tercero excluido el "responsable" de la catástrofe en nuestros sistemas de razonamiento cuando aparece una antinomia? En TL, el principio de bivalencia no coincide con la formulación del tercero excluido, i.e. $Tp \vee \neg Tp$. Esta diferencia posibilita a von Wright mostrar que, en TL, (a) y

(b) no son rasgos definitorios de una proposición antinómica. Sin embargo, no es difícil reproducir estas características con una pequeña modificación a la definición ofrecida por von Wright. Para ello, sólo habría que asumir que la aparición de una antinomia no está vinculada a la bivalencia sino más bien al tercero excluido. Por ejemplo, podríamos sostener que una proposición *p* es antinómica si y sólo si del presupuesto de que ella es verdadera o no es verdadera se sigue que es verdadera y no es verdadera. Si se acepta esta definición, entonces cuando p es antinómica, tendríamos en TL:

(25) $(Tp \vee \neg Tp) \rightarrow (Tp \,\&\, \neg Tp)$

Podemos denominar a (25) como *TL-antinómica*. El antecedente de este condicional es una TL-tautología, y por ello, mediante *modus ponens*, podríamos separar el consecuente. La fórmula $(Tp \,\&\, \neg Tp)$ es equivalente a $\neg (Tp \vee \neg Tp)$. Así, tendríamos

(26) $(Tp \vee \neg Tp) \rightarrow \neg (Tp \vee \neg Tp)$

Dado que el consecuente de este condicional es la negación de su antecedente, entonces, por el principio *consequentia mirabilis*, (26) es equivalente a $\neg (Tp \vee \neg Tp)$. En TL es válido

(27) $\neg (Tp \vee \neg Tp) \rightarrow Tq$

Por consiguiente, se puede mostrar que si una proposición es *TL-antinómica*, su aparición en nuestro sistema de razonamiento gobernado por TL conduce a una catástrofe.

¿Cuál de las definiciones de antinomia es más apropiada? No existe una respuesta unívoca a esta pregunta, y cualquiera de ellas puede ser útil en diversos contextos de análisis. Más importante que esta respuesta es, sin embargo, advertir que quienes vinculan conceptualmente las antinomias a la aparición de contradicciones y la catástrofe de nuestros sistemas de razonamiento dirán que la definición de von Wright no recoge las características más relevantes de las antinomias. En otras palabras, ninguna de las antinomias de von Wright sería *verdaderamente* una antinomia en TL de igual manera en que las tautología de LP no son *verdaderamente* tautológicas cuando empleamos un sistema de razonamiento gobernado por TL.