



Julio Samsó

**Sobre el trazado de la azafea y de la lámina universal:
intervención de los colaboradores alfonsíes**

Índice

- intervención de los colaboradores alfonsíes
1. Trazado de los al-madr;rt de la azafea
 2. Trazado de los al-mamarr;t en la azafea
 3. El dorso de la lámina universal

Universidad de Barcelona

No puede llevarse a cabo el estudio de la obra astronómica alfonsí sin una consideración muy detallada de sus fuentes árabes con el fin de esclarecer lo que puede haber de original en la labor de los colaboradores del Rey Alfonso I. Con una cierta frecuencia el monarca castellano ordena a alguno de éstos (habitualmente a Rabiçag, o sea R. Is;q b. S;d) que escriban un

tratado sobre la construcción o el uso de un determinado instrumento astronómico cuando no se dispone de un texto árabe adecuado para traducirlo, y es precisamente en estos textos de nueva redacción en los que puede suponerse una cierta originalidad. Tal es el caso, por ejemplo, del breve tratado, en dos capítulos, sobre la construcción de la lámina universal, en cuyo prólogo² se nos señala que el rey Alfonso ha ordenado su redacción a Rabiçag, ya que «el sabio que fizo esta lámina sobredicha non fizo libro de cuemo se deue fazer de nueuo» por más que en el prólogo de 'Al; b. Jalaf -por tanto en la parte del texto alfonsí que suponemos traducción del árabe- el astrónomo toledano diga que «fiz este libro en que fabla de cuemo se deue fazer de nueuo» (?) y mencione un proyecto de redactar, en el futuro, un tratado sobre la proyección de la esfera sobre un plano, que incluiría la descripción del sistema de proyección utilizado en su instrumento: «fata que ouiesse uagar de fazer un libro en que fable de cuántas maneras se puede allanar la esfera, con prueuas de geometría sobre cada uno, assí cuemo a mester, et en aquel libro hablaré de qué manera fue allanada la esfera en este estrumento et de cuemo son las prueuas sobrel»³.

No obstante, dado que se nos ha conservado -gracias precisamente a los traductores alfonsíes- un tratado de Azarquiel sobre la construcción de la azafea y que tanto ésta como la lámina universal utilizan el mismo tipo de proyección estereográfica (con el punto vernal como centro de proyección y el coluro de los solsticios como plano de proyección), parece lógico el que, con el fin de valorar la aportación original de Rabiçag, comparemos los dos tratados sobre la construcción de ambos instrumentos. Empecemos, no obstante, por llamar la atención sobre algunos datos en torno a ellos. Tradicionalmente se ha creído⁴ que el descubridor del nuevo sistema de proyección estereográfica que permite la construcción de un instrumento universal fue 'Al; b. Jalaf quien inventó la lámina universal o, como dice también el texto alfonsí⁵, el orizon universal. De él debió tomar la idea Azarquiel el cual, a lo largo de su vida, elaboró dos versiones de su instrumento que dedicó a al-Ma'm;n de Toledo (435/1043-467/1074) (azafea ma'm;n;niyya) y a al-Mu'tamid b. 'Abb;d (460/1069-484/1091) (azafea 'abb;diyya)⁶. De hecho los manuscritos árabes no utilizan estos términos sino que los textos conservados suelen corresponder a dos redacciones en 100 y 60 capítulos en las que se describen dos variantes del instrumento: una más elaborada (af;a zarq;liyya) (en 100 capítulos) y otra simplificada (af;a šakk;ziyya)⁷. Millás tendía a considerar que la versión más larga -a la que corresponde la traducción alfonsí- sería la que el astrónomo dedicó a al-Mu'tamid.

Las anteriores hipótesis han entrado, en parte, en crisis debido a la aportación de nuevos datos por D. A. King⁸. Este trae a colación un tratado de m;q;t anónimo conservado en el manuscrito 468 de la Universidad de Leiden. En él su autor cita las abaq;t al-Umam de ;'id de Toledo y una segunda obra (?) de este mismo autor titulada abaq;t al-ukam;': puede, evidentemente, tratarse de un lapsus y referirse a la misma obra pero, en cualquier caso, no hay duda de que aporta datos que no aparecen en el texto editado y traducido de las abaq;t de ;'id⁹, ya que nos dice que Azarquiel escribió su tratado en 100 capítulos sobre la azafea llamada zarq;liyya hacia el año 440/1048-49, mientras que 'Al; b. Jalaf construyó

un instrumento universal para al-Ma'm;n al que denominó al-asurl;b al-ma'm;n; en el año 464/1071-72. A esto hay que añadir un dato más que señala el propio King: en algunos de los manuscritos que contienen la versión en 60 capítulos, el tratado aparece dedicado a al-Mu'tamid. El conjunto resulta bastante demoledor para todas las hipótesis comúnmente aceptadas hasta hace poco tiempo. De acuerdo con lo expuesto por King: 1) la azafea de Azarquiel, precisamente en su versión más elaborada en 100 capítulos, sería casi veinticinco años anterior a la lámina universal; 2) la versión resumida que corresponde al instrumento simplificado sería la versión final y definitiva del instrumento. Parece que no hay más remedio que aceptar las conclusiones de King, pero quiero señalar que éstas están en desacuerdo con el testimonio alfonsí dado que: 1) el prólogo de 'Al; b. Jalaf a su tratado sobre el uso de la lámina universal insiste en la preocupación teórica de su autor por crear un instrumento universal; señala que ha estudiado el Planisferio de Ptolomeo y menciona -como hemos visto- su propósito de escribir una obra de carácter teórico sobre las distintas maneras de proyectar una esfera sobre un plano; nada de esto -que corresponde a lo que cabe esperar en el descubridor de un nuevo sistema de proyección estereográfica- encontramos en el texto de Azarquiel, y 2) Azarquiel, por su parte, indica que el instrumento que describe -recordemos que la versión alfonsí corresponde a la versión en 100 capítulos- fue precedido por una versión anterior: «Et yo oue sennalado tiempo a passado una lámina que non es tal cuemo esta en certedumbre de muchas cosas de las que salen por ella a fecho. Et nos tenemos que ésta es acabada de todo quanto mester es de las cuentas, también de lo sennalado cuemo de lo fecho...»¹⁰.

Planteada, así, la existencia de una contradicción, lo único que puedo hacer es continuar con el análisis que me proponía en un principio: comparar los métodos de trazado de ambos instrumentos. A este respecto conviene recordar que, hace ya bastantes años, W. Hartner afirmó que el sistema de proyección utilizado en ellos se encontraba ya descrito en la Cronología de al-B;r;n;¹¹. El texto señalado por Hartner no ha sido estudiado pero, en cambio, se ha editado, traducido y estudiado el escrito de este mismo autor titulado Tas; al-uwar wa-tab; al-kuwar¹², un tratado sobre la proyección de la esfera sobre un plano en el que se describen, entre otros, dos métodos de proyección no estereográfica (denominados, hoy en día, proyección acimutal equidistante y proyección globular) que dan una imagen muy similar a la utilizada por Azarquiel y 'Al; b. Jalaf. No hay, pues, por el momento nada que confirme la aserción de Hartner en este texto.

La faz de los dos instrumentos (azafea y lámina universal) utiliza el mismo sistema de proyección estereográfica. Ahora bien, mientras la lámina universal lleva una única red de coordenadas (meridianos o al-mamarr;t y paralelos o al-mad;r;t) que pueden considerarse tanto eclípticas como horizontales (la red de coordenadas ecuatoriales se encuentra representada en una mitad de la araña)¹³, la azafea lleva -en la versión alfonsí en 100 capítulos- una doble red de coordenadas (ecuatoriales y eclípticas). Ahora bien, el sistema de trazado de cada una de las dos redes es el mismo:

1. Trazado de los al-madr;rt de la azafea14

Sea ABCD el coluro de los solsticios (cf. fig. 1), AC el ecuador y BD el eje del mundo. Para proyectar un paralelo cuya distancia al polo B sea a_0 , Azarquiel toma $BL = a$, une A con L y determina M sobre el diámetro BD, y une C con L con lo que determina N sobre la prolongación de BD. MN será el diámetro de la proyección del paralelo y, como la línea de centros se encuentra forzosamente sobre el eje del mundo BD o sobre su prolongación, el punto medio del segmento MN, $\langle H \rangle$ (esta letra no aparece en la figura del texto alfonsí), será el centro del arco LMS, proyección del paralelo de graduación a_0 . Este mismo procedimiento es el descrito por los autores alfonsíes para trazar los al-madr;rt de la lámina universal15.

Con el fin de justificar el procedimiento de Azarquiel, empecemos por hallar el valor del diámetro MN:

El centro de la proyección se encontrará sobre la prolongación del eje del mundo PP' . El punto X se proyectará en X' y el punto Y en Y' . Como X e Y distan entre sí 180° medidos sobre el paralelo MYNX, el segmento $X'Y'$ corresponde al diámetro de la proyección del paralelo de declinación. El centro de la proyección del paralelo se encontrará en el punto medio del segmento $X'Y'$. Deseo ahora calcular $X'Y'$ en función de $a = PY$.

Con lo que obtenemos el mismo resultado que con el trazado de Azarquiel.

2. Trazado de los al-madr;rt en la azafea16

En el trazado de Azarquiel (cf. fig. 3) nos encontramos de nuevo con el círculo ABCD, que es la proyección del coluro de los solsticios, siendo AC la proyección del ecuador y BD la del eje del mundo; E será la proyección de los puntos vernal y autumnal. Para trazar el meridiano cuya distancia, medida sobre el ecuador, al punto vernal/autumnal sea de a_0 , Azarquiel toma $BP = a$, determina F uniendo D con P y establece que el meridiano pasará por los puntos B, F y D. Para determinar el centro del arco que será la proyección del meridiano en cuestión, toma $DS = 2a$, une D con S y determina el punto Q en la intersección de DS con la prolongación del diámetro AEC.

En este trazado queda claro (considerando $R = 1$) que:

Función cuyos valores extremos serán:

que son los que cabrían esperar si el centro E es el origen de coordenadas aunque, de hecho, Azarquiel gradúa los meridianos a partir de A (de 0° a 180°) y de C (de 180° a 360°), sin que ello implique error alguno en la proyección. Lo mismo nos ha sucedido en la proyección de los al-madr;rt en cuya graduación, tanto en la azafea como en la lámina universal, se toma el ecuador como origen de coordenadas, mientras que, en la descripción de

su trazado, ambos tratados han partido de un polo.

Señalemos, en primer lugar, que el texto alfonsí sobre la construcción de la lámina universal¹⁷ describe exactamente el mismo procedimiento de trazado de Azarquiel, pero introduce un error, influido probablemente por el caso anterior (trazado de los paralelos), considera que el centro de la proyección del meridiano se encuentra en el punto medio entre F y Q. Con ello tendríamos que:

con lo que obtendríamos:

un resultado claramente absurdo.

Para demostrar la corrección del trazado de Azarquiel, empecemos por ver que, efectivamente, el punto Q es el centro del arco que pasa por B, F y D. Dado que la línea de centros se encuentra necesariamente sobre el diámetro AC y sobre su prolongación, nos bastará con unir F y con D levantar la perpendicular QL en el punto medio de la cuerda FD. La intersección de QL con la prolongación de AC nos determinará el punto Q. Podremos decir que el trazado de Azarquiel es correcto si demostramos que el arco DS es igual a 2a.

En efecto, queda claro que QFD es un triángulo isósceles, ya que QF y QD son dos radios del mismo círculo. En el triángulo rectángulo FED:

Asimismo:

Consideremos ahora la figura 4, que corresponde a una sección de la esfera por el plano del ecuador que se proyectará según el círculo ABCD de centro O. El punto vernal se proyectará

en B. El diámetro AC será la intersección del plano del coluro de los solsticios con el plano del dibujo. Si queremos proyectar el meridiano de graduación a_0 , tomemos a_0 sobre el ecuador desde D y desde B, determinando los puntos E y F, por los que necesariamente pasará el meridiano a_0 . Uniendo B con E y B con F, estas rectas determinarán los puntos H y G sobre el diámetro AC y su prolongación. HG será, por tanto, el diámetro del meridiano a_0 y, por consiguiente:

Se trata, por tanto, de demostrar que la expresión:

es equivalente a:

Recordemos que hemos obtenido la expresión (2) a partir del trazado de Azarquiel. Resultará fácil demostrar la equivalencia de ambas expresiones si, en (2), sustituimos:

3. El dorso de la lámina universal¹⁸

El dorso de la lámina universal es muy similar al que suele encontrarse en los astrolabios convencionales. En el texto alfonsí recibe la denominación de faz de la yguación del sol debido a la presencia en el mismo del calendario zodiacal al que se añade un cuadrado de sombras extensas y conversas. Para trazar este cuadrado, Rabiçag nos da la graduación del arco tangente que corresponde a las sombras de 1, 2, 3..., 12 dígitos, y los valores de los arcos tangente que utiliza son casi idénticos a los que aparecen en una tabla de arcos tangentes, calculada de 0; 15d en 0; 15d que encontramos al final del tratado de construcción de la azafea¹⁹ y que puede, tal vez, atribuirse a Azarquiel, ya que éste la menciona en el texto: «assi que busquemos en la tabla de los XII dedos de la sombra que acresce quarta a quarta parte de un dedo»²⁰. La presencia de estos valores comunes en ambos textos es significativa porque la tabla es fracamente mala y todos los intentos de establecer cómo ha sido calculada han fracasado²¹. Por otra parte, la tabla aparece también en otras dos obras alfonsíes que no son, en principio, simples traducciones: se trata del Libro del astrolabio redondo²² y del Libro del quadrante para rectificar²³. Transcribo a continuación los valores de los arcos tangente que aparecen en el tratado sobre la construcción de la lámina universal anotando entre paréntesis, cuando difieren, los del tratado sobre construcción de la azafea:

Dígitos	Arco	Dígitos	Arco
14;50	730;	18°	
29;30	(9;31°)	830;43°	(33;43°)
3om.	(14;08°)	936;54°	
418;26°	1039;49°		
522;34°	1142;30°	(42;31°)	
626;33°	1245°		

Me queda un último punto por tocar: el de la construcción del calendario zodiacal. A este respecto Rabiçag ofrece una lista en la que aparece la longitud del sol calculada para cada principio de mes y esta lista nos aparece asimismo en otros textos originales alfonsíes (con pequeñas variantes debidas a errores de copia). Se trata del tratado sobre la construcción del Astrolabio redondo (en el que Rabiçag especifica «et estas quantías sobredichas son pora este nuestro tiempo de agora»)²⁴, del Quadrante para rectificar²⁵, y del Relogio dell agua²⁶. Por otra parte, el tratado sobre construcción del Astrolabio llano contiene asimismo una tabla que da la longitud del sol para todos los días del año en la que los valores correspondientes a los principios de cada mes coinciden con los citados en las restantes fuentes²⁷. De esta tabla me ocupé en otro trabajo²⁸, en el que demostré que sus valores pueden recalcularse con buenos resultados utilizando tanto las tablas de al-Batt;n; como las Tablas Alfonsíes para, aproximadamente, el año 1277 (fecha de la composición del Quadrante para rectificar). Parece, pues, claro que la mencionada tabla de longitudes solares correspondiente a los principios de cada mes es efectivamente original y fue computada, probablemente, por Rabiçag para su propia época. Los valores que aparecen en ella son muy distintos de los que aparecen en el ecuatorio de Ibn al-Sam, calculados para posiciones del sol a principios del siglo XI²⁹.

En resumen y como conclusión: casi nada puede considerarse original en el tratado redactado por RabiÇag para suplir una laguna en la bibliografía árabe de que disponía sobre la manera de construir la lámina universal. Sigue fielmente a Azarquiel en casi todo y, sin duda, entiende perfectamente la manera de trazar el instrumento: el pequeño error detectado en el trazado de los al-mamarr;t no rebasa la categoría de un error de copia no atribuible a Rabiçag. De Azarquiel toma también los valores de los arcos tangentes, que son invariables, y sólo realiza una puesta al día en las longitudes del sol, para calcular las cuales utiliza tablas mejores que las de Toledo.

2006 - Reservados todos los derechos

Permitido el uso sin fines comerciales

[Facilitado por la Biblioteca Virtual Miguel de Cervantes](#)

Súmese como [voluntario](#) o [donante](#) , para promover el crecimiento y la difusión de la [Biblioteca Virtual Universal](#) www.biblioteca.org.ar

Si se advierte algún tipo de error, o desea realizar alguna sugerencia le solicitamos visite el siguiente [enlace](http://www.biblioteca.org.ar/comentario). www.biblioteca.org.ar/comentario

