# Propiedades de difracción en campo lejano de rejillas intercaladas de Ronchi

M.I. Pedraza Morales y G. Rodríguez Zurita

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
72570 Puebla. Pue.. Mexico

Recibido el 8 de diciembre de 2000; aceptado el 2 de marzo de 2001

Se revisan las propiedades de difracción de Fraunhofer para algunas variantes de rejillas de Ronchi intercaladas. Los casos considerados incluyen rejillas intercaladas de diferente ancho en sus bandas, muestreo claro y rejillas de fase. Se muestra que los principales efectos en los órdenes de difracción resultan ser su eventual supresión, la resta y suma de órdenes y su modulación. Se encuentran las relaciones de los espectros de las rejillas de fase con los correspondientes a las rejillas de absorción. El análisis presentado y sus resultados se ilustran con el uso de un paquete de matemáticas avanzadas. El resumen presentado puede tener alguna utilidad para el estudio y desarrollo de dispositivos difractivos, así como para otras aplicaciones que empleen rejillas de Ronchi.

Descriptores: Rejillas de Ronchi; óptica de Fourier; procesamiento de imágenes

A review of the Fraunhofer diffraction properties belonging to some types of interlaced Ronchi rulings is presented. The scope includes interlaced gratings with uneven bar-widths, clear raster and phase gratings. It is shown that the main effects are diffraction order supression, subtraction and sum of orders, and modulation of diffraction orders. A simple relation between phase Ronchi rulings and absorption ones is also derived. Illustration of the analysis and its results is done by using a commercial package for advanced mathematics. This review can be of some use for designers of diffractive components, as well as other applications where Ronchi rulings are employed.

Keywords: Ronchi rulings; Fourier optics; image processing

PACS: 42.30.Kq; 42.25.Fx; 42.79.Dj; 42.30.-d

#### 1. Introducción

Las rejillas de Ronchi consisten en bandas paralelas alternativamente transparentes y opacas [1], y han tenido tradicional importancia en la prueba de superficies ópticas [2]. Estas estructuras periódicas binarias (u otras similares, tales como las placas zonales) tienen aplicaciones también como elementos difractivos en sistemas micro-ópticos [3]. Por otra parte, algunas características de difracción en campo lejano de estas rejillas son particularmente ilustrativas de diversas propiedades del formalismo de transformadas de Fourier, tales como el teorema de convolución o el teorema del muestreo [4], por lo cual pueden resultar de interés con relación a cursos introductorios de procesamiento de señales, de óptica de Fourier, o de métodos matemáticos. Las propiedades de muestreo han conducido además a ciertas aplicaciones para procesamiento de imágenes, basadas en el intercalamiento de dos rejillas de igual período, cada una muestreando una imagen diferente [5]. Dentro de este contexto, surgen diferentes variantes de interés práctico determinadas por las relaciones entre período y anchos de bandas claras u obscuras de la rejilla de Ronchi usada para realizar el intercalamiento [6]. Como resultado del intercalamiento, y dependiendo de la técnica particular empleada para conseguirlo, existe también la posible aparición de rejillas adicionales [7]. Todas estas variantes tienen su influencia característica en la ejecución de la aplicación buscada.

En este trabajo se presenta un análisis de Fourier y su ilustración numérica correspondiente, tratando de incluir los efectos más conocidos de difracción en campo lejano propios de rejillas de Ronchi, así como en rejillas de Ronchi de igual

período intercaladas, pero caracterizadas por desiguales anchos en las bandas claras y las bandas obscuras. Aunque el énfasis se presenta en rejillas de absorción, el caso de las rejillas de fase (tanto sinusoidales como de Ronchi) también es considerado.

### 2. Rejillas centradas

#### 2.1. Parámetros y definiciones

En la Fig. 1 se grafica la transmitancia en amplitud como función de la posición de rejillas intercaladas. Por generalidad, se consideran dos rejillas intercaladas de igual período  $x_0$  y con anchos en sus bandas de transmitancias unitarias dados por  $a_w$  y  $b_w$  respectivamente (Fig. 1). El espacio entre dos barras adyacentes de transmisión está dado por  $c_w$ , donde  $2c_w = x_o - (a_w + b_w)$ . El caso de una rejilla centrada en el origen de coordenadas, se obtiene cuando  $b_w = 0$ . El análisis puede realizarse en una dimensión (posición x). De entre varias alternativas posibles, se ha preferido a la representación en términos de funciones rect(x) para la transmitancia en amplitud O(x) de una rejilla de Ronchi, debido a la facilidad con que puede transportarse esta notación al código correspondiente en los programas usados más adelante. De esta forma. la transmitancia en amplitud de una rejilla de Ronchi (caso de absorción) puede expresarse como

$$O(x) = \operatorname{rect}\left(\frac{x}{a_w}\right) * \sum_{n = -\infty}^{\infty} \delta(x - nx_o), \tag{1}$$

donde  $\delta(x)$  es la Delta de Dirac y \* denota la convolución.

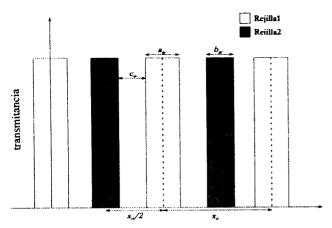


FIGURA 1. Parámetros descriptivos de dos rejillas de Ronchi de período  $x_o$ , mutuamente desplazadas medio período e intercaladas, y con anchos  $a_w$  y  $b_w$  respectivamente. El espacio entre dos barras de transmisión adyacentes es  $c_w$ , con  $2c_w = x_o - (a_w + b_w)$ .

Usando las definiciones de transformada de Fourier  $\tilde{O}(\mu)$  dadas por

$$\begin{split} \tilde{O}(\mu) &= \int_{-\infty}^{\infty} dx \; O(x) \; e^{-i2\pi\mu x} \equiv \Im \big\{ O(x) \big\}, \\ O(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} d\mu \; \tilde{O}(\mu) \; e^{+i2\pi\mu x} \equiv \Im^{-1} \big\{ \tilde{O}(\mu) \big\}, \end{split}$$

de la Ec. (1) se obtiene, por el teorema de convolución para transformadas de Fourier, que el campo de amplitud de una rejilla de Ronchi en la región de difracción de Fraunhofer es

$$\Im \left\{ \operatorname{rect} \left( \frac{x}{a_w} \right) * \sum_{n = -\infty}^{\infty} \delta(x - nx_o) \right\} = \frac{a_w}{x_o} \operatorname{senc}(a_w \mu) \sum_{n = -\infty}^{\infty} \delta\left(\mu - \frac{n}{x_o}\right), \quad (2)$$

lo cual resulta un "peine" de Dirac modulado por una función  $\operatorname{senc}(a_w\mu)$ . Representando ahora el muestreo de un objeto O(x) realizado con una rejilla de Ronchi, su correspondiente transformada es una convolución en el plano de frecuencias espaciales  $\mu$  (si el campo lejano se encontrara en el plano focal de una lente delgada simple con distancia focal f, entonces  $\mu = u/\lambda f$ , siendo u la coordenada del plano focal y  $\lambda$  la longitud de onda de la radiación iluminante [8, 9]). Esta convolución está dada por

$$\Im\left\{O(x)\left[\operatorname{rect}\left(\frac{x}{a_w}\right) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - nx_o)\right]\right\} = \frac{a_w}{x_o}\tilde{O}(\mu) * \left\{\operatorname{senc}(a_w\mu) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\mu - \frac{n}{x_o}\right)\right\}, (3)$$

entonces, el espectro del muestreo consta de réplicas del espectro del objeto,  $\tilde{O}(\mu)$ , cada una centrada en cada orden de difracción.

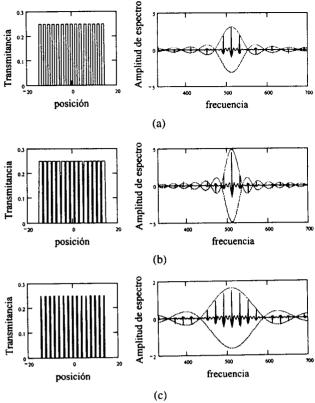


FIGURA 2. Tres casos donde se cumple la Ec. (4) para rejillas de Ronchi de igual frecuencia con 15 barras de transmisión unitaria; a) supresión de órdenes pares (excepto el orden cero) para  $a_w/x_o=1/2$ , b) supresión de órdenes múltiplos enteros de cuatro (anulados cada tres lóbulos de la envolvente) para  $a_w/x_o=3/4$ , c) supresión de múltiplos enteros de cuatro (anulados cada lóbulo de la envolvente) para  $a_w/x_o=1/4$ . Note las relaciones de fase entre los órdenes de los dos últimos casos. Las unidades de la frecuencia son arbitrarias.

# 2.2. Supresión de órdenes de difracción: rejillas de absorción

En la Ec. (2) se puede ver el efecto de la modulación del espectro del perfil de la rejilla. Cuando éste adquiera un valor sobre la localización de una delta del "peine", suprimirá la componente de difracción correspondiente. El efecto se presenta cuando se cumpla la condición

$$\frac{n}{a_{n}} = \frac{m}{x_{0}},\tag{4}$$

siendo m y n números enteros. Se habla entonces de los órdenes extraviados de orden mn. La misma condición, desde luego, ocasiona la supresión de las réplicas de espectros en la Ec. (3).

La Fig. 2 muestra la verificación numérica de la Ec. (3) implementada en un paquete comercial para cálculo avanzado [10] tomando tres casos donde se cumple la Ec. (4). Como puede verse en la columna izquierda de la Fig. 2, se ha considerado un número finito de barras de rejillas de Ronchi (lo cual es equivalente a tener  $O(x) = \text{rect}(x/A_w)$  en la Ec. (3),

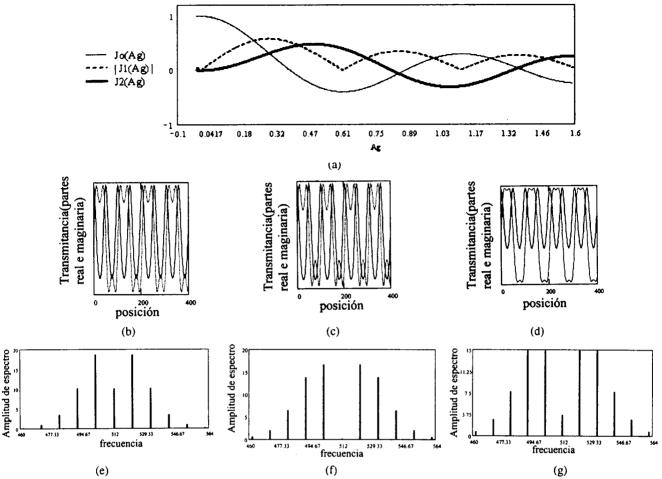


FIGURA 3. Rejillas sinusoidales de fase a frecuencia  $\sigma$  constante; a) funciones de Bessel de primera clase de órdenes 0, 1 y 2 como función de  $A_g$ ; parte real (trazo continuo) e imaginaria (trazo segmentado) de la transmitancia para: b)  $A_g=0.294$ , c)  $A_g=0.382$  y d)  $A_g=0.419$ . Transformadas de Fourier correspondientes a los casos e)  $J_0(x)=J_2(x)$  con  $A_g=0.294$ , f)  $J_0(x)=0$  con  $A_g=0.382$  y g)  $J_1(x)=J_2(x)$  con  $J_2(x)=J_2(x)$  con  $J_2(x)=J_2(x)$ 

siendo  $A_w > a_w, b_w$  un ancho determinado de "ventana"). Por ello, los correspondientes espectros de la columna derecha de la Fig. 2 tienen funciones estrechas proporcionales a  $\mathrm{senc}(A_w\mu)$  centradas en cada orden de difracción y moduladas por  $\tilde{O}(\mu)$ . Estas propiedades permiten la obtención de conclusiones cuantitativas experimentales referentes a las relaciones entre anchos de rejillas de Ronchi reales observando la presencia o ausencia de órdenes de difracción. Un caso usual es el de iguales anchos en bandas claras y obscuras, del cual la evidencia experimental debe ser la ausencia de los órdenes de difracción pares (Fig. 2a).

# 2.3. Rejillas de fase: supresión y modulación de órdenes de difracción

En la Fig. 3 se muestra el caso de las rejillas de fase, aunque, por simplicidad, se ha tomado primero el caso de rejillas de fase sinusoidales, esto es, rejillas tipificadas por una transmitancia de la forma

$$O(x) = e^{i2\pi A_g \operatorname{sen}(2\pi\sigma x)}, \tag{5}$$

con  $2\pi A_g$  la amplitud en radianes de la rejilla y  $\sigma$  su frecuencia especial. La aparición de un mayor número de armónicos que los respectivos a su contraparte de absorción es de las primeras diferencias señaladas [8, 9]. Puesto que el objeto es periódico, su transformada de Fourier resulta ser la transformada de Fourier de una serie de Fourier, teniendo en este caso como coeficientes a las funciones  $J_n(\ldots)$  de Bessel de primera clase, de orden n. Esto proporciona la relación

$$\Im\left\{e^{i2\pi A_g \sin(2\pi\sigma x)}\right\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(2\pi A_g)\delta(\mu - n\sigma). \quad (6)$$

La supresión de órdenes se presenta entonces dependiendo de  $A_g$  cuando su valor anule el de  $J_n(2\pi A_g)$ , como es el caso para  $A_g=0.382$  para n=0 (Fig. 3f). Como se ve en los casos donde  $A_g=0.294$  y  $A_g=0.419$  de las Figs. 3e y 3g, pueden igualarse las alturas de algunos órdenes de difracción, eligiendo los valores apropiados de  $A_g$  como ejemplos de control de modulación espectral. En las Figs. 3b, 3c y 3d se muestran las partes real (trazo continuo) e imaginaria (trazo segmentado) de la transmitancia para  $A_g=0.294$ ,  $A_g=0.382$  y  $A_g=0.419$ , respectivamente.

# 3. Rejillas de Ronchi intercaladas

En el caso  $b \neq 0$ , se tienen dos rejillas intercaladas. Cuando cada una de ellas realiza el muestreo de los objetos  $O_1(x)$  y  $O_2(x)$ , respectivamente, el intercalamiento resultante se describe por la superposición de dos rejillas: una como en la Ec. (3) sumada con una segunda similar, pero desplazada por medio período, entonces su transformada de Fourier resulta ser

$$\begin{split} \Im \bigg\{ O_1(x) \bigg[ \mathrm{rect} \bigg( \frac{x}{a_w} \bigg) * \sum_{n = -\infty}^{\infty} \delta(x - nx_o) \bigg] \\ + O_2(x) \bigg[ \mathrm{rect} \bigg( \frac{x}{b_w} \bigg) * \sum_{n = -\infty}^{\infty} \delta \bigg( x - \frac{x_o}{2} - nx_o \bigg) \bigg] \bigg\} \\ = \frac{1}{x_o} \sum_{n = -\infty}^{\infty} \bigg\{ a_w \mathrm{senc} \bigg( a_w \frac{n}{x_o} \bigg) \tilde{O}_1 \bigg( \mu - \frac{n}{x_o} \bigg) \\ + (-1)^n b_w \mathrm{senc} \bigg( b_w \frac{n}{x_o} \bigg) \tilde{O}_2 \bigg( \mu - \frac{n}{x_o} \bigg) \bigg\}. \end{split}$$
(7)

El factor alternante del segundo término en el segundo miembro de la Ec. (7), resultante del teorema de desplazamiento, indica la alternancia de suma de réplicas de espectros  $[O_1(\mu) + O_2(\mu)]$  y resta de réplicas de espectros  $[\tilde{O}_1(\mu) - \tilde{O}_2(\mu)]$  en los términos de difracción [5]. La suma de espectros se corresponde con la suma de las imágenes  $[O_1(x) + O_2(x)]$  una vez cruzando un filtro espacial filtrando alrededor del orden de difracción en torno al cual se hallen centradas, y habiendo tomado su transformada inversa de Fourier. Similarmente, la resta de espectros corresponde con la resta (o diferencia) de las imágenes,  $[O_1(x) - O_2(x)]$ . Para el caso en que  $O_2(x) = 1$ , se tiene un "muestreo claro" de  $O_1(x)$ , dando lugar a inversiones de contraste en las imágenes provenientes de los órdenes impares [4], constituvendo así una situación particular de diferencias de imágenes. El caso del muestreo claro surge experimentalmente tras emplear el negativo de un sólo muestreo realizado con una única rejilla de Ronchi.

#### 3.1. Caso $a_{10} \neq b_{10} \cos c_{10} = 0$

La Fig. 4 muestra dos rejillas de Ronchi de igual período (con  $O_1(x) = O_2(x) = 1$ . En la figura, no se ha considerado "ventana" para la rejilla, por lo cual el espectro consta de deltas de Dirac indicadas por líneas verticales, columna a la derecha): la relación entre anchos de bandas de transmitancia unitaria cumple  $b_w = x_o - a_w$  o, equivalentemente  $c_w = 0$ , (columna de la izquierda). Puesto que los anchos son complementarios, el intercalamiento de rejillas deben proporcionar una transmitancia unitaria constante, tal como se observa en la Fig. 4c. Por tanto, la transformada de Fourier del intercalamiento se debe reducir a una delta de Dirac centrada en el origen. Entonces, a pesar de que los órdenes de difracción tengan modulaciones o envolventes diferentes, los diferentes

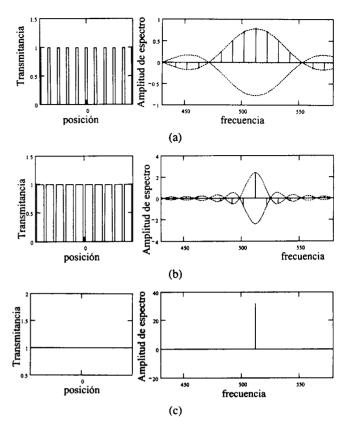


FIGURA 4. Rejillas intercaladas (caso  $a_w \neq b_w$  con  $c_w = 0$ ): a) rejilla centrada, b) rejilla desplazada, y c) superposición de las dos rejillas anteriores. Puesto que la superposición resulta en una transmitividad constante, los órdenes de difracción de cada rejilla, excepto el orden cero, deben anularse (las escalas verticales en los espectros son diferentes).

del orden cero deben anularse. De la Ec. (7), la anulación de órdenes se da siempre que se cumpla la relación  $(n \neq 0)$ 

$$0 = a_w \operatorname{senc}\left(a_w \frac{n}{x_o}\right) + (-1)^n (x_o - a_w) \operatorname{senc}\left(\left[x_o - a_w\right] \frac{n}{x_o}\right), \quad (8)$$

que se ha mostrado de otra manera anteriormente [7]. Este efecto viene a ser sólo un resultado particular del principio de Babinet [11].

Este caso se presenta experimentalmente al usar una rejilla de Ronchi de absorción para fabricar una rejilla reflectora de Ronchi. Esto se puede realizar por contacto (como el fotográfico) de aquélla sobre una sustrato transparente (vidrio, por ejemplo) con depósito metálico y sensibilizado con "fotoresist". Cuando la rejilla empleada no tiene iguales anchos, se fabrica así una rejilla reflectora de anchos desiguales en sus regiones transparentes y reflectoras [12]. Al transmitir una imagen por las bandas transparentes  $[O_1(x)]$  y reflejar otra  $[O_2(x)]$  por las bandas reflectoras, el muestreo intercalado resulta ser del tipo analizado.

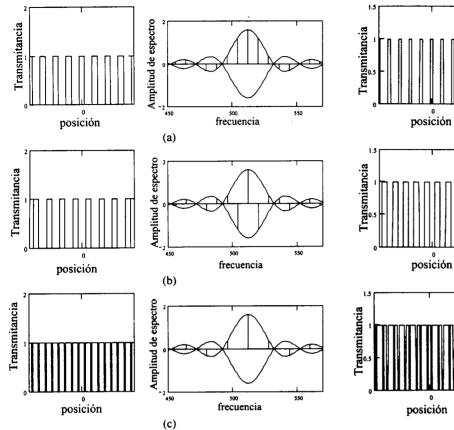


FIGURA 5. Rejillas intercaladas (caso  $a_w = b_w \cos c_w > 0$ ): a) rejilla centrada, b) rejilla desplazada, y c) superposición de las dos rejillas anteriores. El espectro de la rejilla intercalada muestra a una frecuencia del doble de una sola componente.

# 3.2. Caso $a_{n} = b_{n} \cos c_{n} \neq 0$

La columna de la izquierda de la Fig. 5 muestra dos rejillas de Ronchi de igual período (con  $O_1(x)=O_2(x)=1$ ) para un caso en el cual la relación entre anchos de bandas de transmitancia unitaria sea  $a_w=b_w$ ; pero con  $x_o/2>a_w$ , 6  $c_w>0$ . Como en los anteriores casos, resulta una resta entre los órdenes impares, mientras que una suma, entre los pares. En este caso último, puesto que la envolvente es igual para ambas rejillas, resulta clara la anulación de los órdenes impares, dando origen al espectro de una rejilla de frecuencia doble de la centrada.

El caso  $c_w>0$  se presenta experimentalmente al desplazar una rejilla de Ronchi de absorción (con banda oscura más ancha que la transparente) sobre un material fotosensible entre dos exposiciones [13]. Trabajando con el negativo de la imagen resultante, las zonas no expuestas resultan en bandas transparentes, formando una tercer rejilla con frecuencia doble de la original. Debido a su desplazamiento, también se alterna la fase de sus órdenes de difracción, ocasionando cambios de contraste en las imágenes suma y resta en forma correspondientemente alternada. Los cambios son, para la suma, de reducción de contraste (suma de fondo claro a la imagen suma), mientras que para la resta, inversión de con-

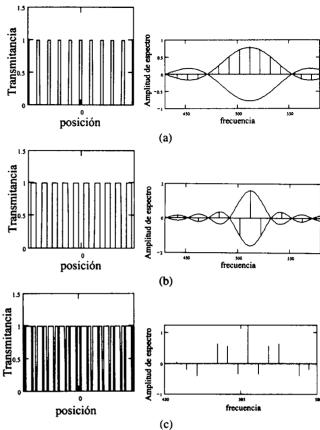


FIGURA 6. Rejillas intercaladas (caso  $a_w \neq b_w \text{ con } c_w > 0$ ): a) rejilla centrada, b) rejilla desplazada, y c) superposición de las dos rejillas. Siendo las modulaciones espectrales independientes en cada rejilla componente, la intercalada muestra un espectro sin eliminación de órdenes de baja frecuencia. Se muestra el caso en que  $a_w < b_w$ .

traste (resta de fondo claro en imagen resta). El efecto se propuso como útil para la codificación en pseudocolor de diferencias y sumas de imágenes [13]. El caso  $c_w < 0$  puede aparecer experimentalmente de modo semejante al caso opuesto, pero usando una rejilla con banda clara más ancha que la obscura. Esto daría lugar a una tercer rejilla intercalada, portando muestras de la suma de  $O_1(x)$ ,  $O_2(x)$  [6].

## 3.3. Caso $a_w \neq b_w \operatorname{con} c_w \neq 0$

En la Fig. 6 se muestran dos rejillas de Ronchi de igual período (con  $O_1(x) = O_2(x) = 1$ , sin "ventana" para la rejilla, como en los dos casos previos). La relación entre anchos de bandas de transmitancia unitaria cumple ahora, en general,  $a_w \neq b_w$  con  $c_w \neq 0$  (columna de la izquierda). Los anchos carecen de alguna relación específica entre sí, por lo cual, el intercalamiento de rejillas proporciona una transmitancia unitaria de anchos alternantes, tal como se observa en la Fig. 6c. Por tanto, la transformada de Fourier del intercalamiento es un caso intermedio entre los presentados en las anteriores secciones.

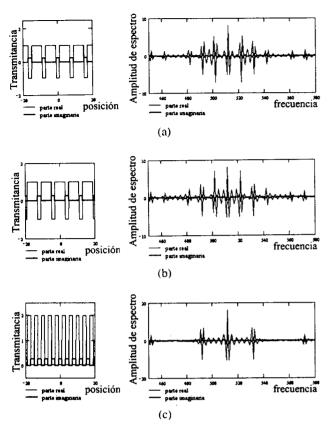


FIGURA 7. Rejillas de Ronchi de fase [según Ec. (9)]: a) rejilla centrada, b) rejilla desplazada, y c) superposición de las dos rejillas anteriores. En contraste con las rejillas sinusoidales de fase cuyas partes real e imaginaria no son sinusoidales en general (Fig. 3), las partes real e imaginaria de cada rejilla de Ronchi en fase resultan ser rejillas de Ronchi también con diferentes contrastes (ver texto). El espectro de la rejilla intercalada muestra sumas y restas como en el caso de las rejillas de Ronchi de absorción.

#### 3.4. Caso de rejillas de fase

Se implementó un programa similar a los anteriores, pero con una expresión de rejilla de Ronchi de fase

$$O_f(x) = e^{i2\pi A_g \sum_{n=-\infty}^{\infty} \operatorname{rect}([x-nx_o]/a_w)}, \tag{9}$$

obteniéndose los resultados de la Fig. 7 ( $A_g=0.458$ ), donde se exhiben las partes real e imaginaria en la columna a la izquierda, mientras que los espectros de Fourier, a la derecha. Las relaciones de suma y resta alternadas surgen también en este caso. El comportamiento exhibido en el ejemplo puede analizarse mejor simplificando la Ec. (9) mediante el empleo de la siguiente propiedad [14]:

$$e^{i2\pi A_g u[f(x)]} = 1 + (e^{i2\pi A_g} - 1)u[f(x)], \tag{10}$$

donde  $u[\xi]$  es la función de Heaviside (función escalón unitario [11]). Por ejemplo, tomando a la función

$$f(x) = \cos\frac{2\pi x}{x_o} - \cos\frac{\pi a_w}{x_o},\tag{11}$$

se puede sustituir con ella a la sumatoria del exponente de la Ec. (9), para luego aplicar la propiedad indicada en la Ec. (10). Luego, retornando a la sumatoria, se puede obtener que

$$O_f(x) = 1 + \left(e^{i2\pi A_g} - 1\right) \sum_{n = -\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{x - nx_o}{a_w}\right). \quad (12)$$

Descomponiéndo la Ec. (12) en sus partes real e imaginaria, cada una se identifica como rejilla de Ronchi con amplitudes y contrastes diferentes, por lo cual las propiedades discutidas para rejillas de absorción pueden aplicarse de manera directa. En particular, es razón de la aparición de las sumas y restas en órdenes de difracción alternadamente (Fig. 7).

Se ha indicado en la literatura que las rejillas de fase (y los muestreos de fase también) pueden obtenerse por reflexión en rejillas de absorción [4] entre otros procedimientos.

#### 4. Comentarios finales

Las propiedades de difracción en campo lejano de rejillas de Ronchi originan varios efectos que se manifiestan directamente en las rejillas intercaladas. Aunque las rejillas intercaladas pueden producirse para propósitos específicos, también pueden originarse por contingencia experimental. Las propiedades discutidas pueden manifestarse quizá menos directamente en otro tipo de aplicaciones involucrando rejillas de Ronchi; pero pueden tener consecuencias en el rendimiento de su aplicación. Se han descrito los efectos más frecuentes en rejillas de Ronchi y en rejillas intercaladas de Ronchi, haciendo especial referencia a los métodos tradicionales fotográficos para realizar las segundas. Es posible que esta descripción proporcione una pauta para analizar las variantes surgidas mediante el empleo de otros procedimientos para construir rejillas, tales como los de impresión controlada por ordenador en medios no fotográficos (pantalla de cristal líquido, impresiones de alta resolución). El análisis de la Sec. 3.4 propone una simplificación muy conveniente para el manejo de las rejillas de Ronchi de fase porque muestra su descomposición en dos rejillas de absorción (descomposición que no ocurre con la rejilla sinusoidal de fase, por ejemplo), y seguramente facilita un eventual análisis de las rejillas de Ronchi mixtas.

Los efectos descritos en rejillas de absorción se observan con iluminación policromática parcialmente coherente si la relación entre tamaño de fuente y período de rejilla es el apropiado, permitiendo aplicaciones tales como codificación de formas [15] o codificación en pseudocolor (por ejemplo, de niveles de gris [16] o de diferencias entre imágenes monocromáticas [13]), así como operaciones de suma y resta con imágenes cromáticas [12]. En los programas realizados, se usaron 1024 puntos como regla general y su implementación no presentó especiales problemas, así como tampoco su natural generalización a dos dimensiones (no mostrados). Los listados de los programas usados para calcular las gráficas presentadas, pueden encontrarse en algún sitio de la red [17].

## **Agradecimientos**

Los autores desean expresar su gratitud a las observaciones realizadas por S. Hernández Oliver. Parte de este trabajo se

presentó en el XLIII Congreso Nacional de Física. Se agradece al CONACyT por el apoyo parcial realizado a través del proyecto 32 185.

- 1. V. Ronchi, Appl. Opt. 3 (1964) 437.
- 2. A. Cornejo-Rodríguez, "Ronchi test", Optical Shop Testing, edited by D. Malacara, (Wiley, New York, 1990), Chap. 9.
- F. Gori, "Diffractive optics: an introduction", Diffractive Optics and Optical Microsystems, edited by S. Martellucci and A.N. Chester, (Plenum Press, New York, 1977).
- 4. C. Roychoudhuri and D. Malacara, Appl. Opt. 14 (1975) 1683.
- K.S. Pennington, P.M. Will, and G.L. Shelton, *Opt. Commun.* 2 (1970) 113.
- 6. G. Rodríguez, Opt. Lett. 8 (1983) 455.
- 7. G. Rodríguez, Rev. Mex. Fís. 38 (1992) 420.
- J.W. Goodman, Introduction to Fourier Optics, (McGraw-Hill, New York, 1996).
- 9. W.T. Cathey, Optical Information Processing and Holography, (Wiley, New York, 1974), Chap. 2.

- 10. MathSoft Inc., MathCad 7, (1997).
- 11. A. Papoulis, Sistems and Transforms with Applications in Optics, (McGraw-Hill, New York, 1968).
- 12. G. Rodríguez-Zurita and J.F. Vázquez-Castillo, *Rev. Mex. Fís.* **39** (1993) 386.
- R. Rodríguez Vera, tesis de licenciatura, Fac. de Física, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, Michoacan, (1982).
- J. Ojeda-Castañeda, Ph.D. thesis, University of Reading, UK, (1976).
- 15. W. Liu, Z. Wuang, G. Mu, and Z. Fang, *Appl. Opt.* **39** (1999) 3504.
- G. Rodríguez, L. Ortíz, and M. Moreno, *Opt. Commun.* 38 (1981) 10.
- 17. http://www.fcfm.buap.mx/~gzurita/ronchi.htm