Un modelo de la APT en la selección de portafolios accionarios en el mercado mexicano*

Francisco López Herrera
Investigador de la División de Investigación de la Facultad de Contaduría y Administración, UNAM

Francisco Javier Vázquez Téllez
Profesor de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Contaduría y Administración, UNAM

Resumen

En este trabajo se presentan pruebas iniciales de la capacidad para explicar mediante el riesgo sistemático derivado de varios factores macroeconómicos, como lo propone la APT (*Arbitrage Pricing Theory*), el rendimiento de 32 acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores y del potencial para orientar la toma de decisiones sobre la formación de portafolios con base en estimaciones del rendimiento esperado de acuerdo con dichos factores de riesgo. Se analizan 1,400 portafolios formados con esos activos, cuyos rendimientos esperados se estiman por el método de máxima verosimilitud mediante un modelo de la varianza residual EGARCH(1,1). Debido a que se detecta un posible problema de especificación, los resultados que aquí se presentan se consideran sólo provisionales y con base en ellos y, por lo tanto, con las debidas reservas, se concluye que la APT ofrece un marco teórico importante para explicar la relación riesgo-rendimiento de los activos negociados en el mercado mexicano, pero su instrumentación como herramienta para la toma de decisiones no es sencilla, por lo que es importante considerar también nuevas perspectivas teóricas y analíticas.

I. Introducción

Uno de los paradigmas más importantes de las últimas décadas en el ámbito de las finanzas modernas es el Capital Asset Pricing Model, CAPM, desarrollado de forma independiente por Lintner (1965), Sharpe (1963, 1964), Mossin (1966) y por el trabajo no publicado de Treynor. Basándose en la Teoría de Cartera

* Se agradecen los comentarios y sugerencias de los miembros del seminario de investigadores de la División de Investigación de la Facultad de Contaduría y Administración de la UNAM, pues seguramente han contribuido a que la presentación de este reporte haya ganado en claridad y orden; sin embargo, todos los defectos que aún conserva son responsabilidad exclusiva de sus autores.

de Markowitz (1952, 1959), el CAPM es un fundamento importante de la Teoría del Mercado de Capitales siendo el modelo más conocido del equilibrio en dicho mercado. El CAPM considera que el rendimiento de un activo está determinado únicamente por la tasa de interés libre de riesgo y el rendimiento que proporcione un portafolio teórico, llamado de mercado, de acuerdo con la correlación entre la volatilidad del rendimiento del activo y la del rendimiento de ese portafolio. Es decir, en última instancia es esta volatilidad relativa la que determina la prima por el nivel de riesgo sistemático a que está expuesto el activo; sin embargo, no explica las causas o factores subyacentes que originan dicha correlación. A pesar de que es ampliamente utilizado para la valuación de activos de capital y de que se ha generalizado su uso a otras áreas importantes de las finanzas, tales como la estimación del costo de la estructura de capital o del valor económico agregado de las inversiones corporativas, el CAPM ha sido seriamente cuestionado tanto por sus cimientos teóricos como por los resultados empíricos que han arrojado las pruebas de su validez. Así se ha motivado el desarrollo de modelos alternativos basados en más de un factor de riesgo. En particular, destaca el surgimiento de una teoría alternativa: la Arbitrage Pricing Theory, APT, o Teoría de la Valuación por Arbitraje, desarrollada por Ross (1976).

Para la APT el rendimiento del activo tiene su origen en diversos factores de riesgo, no únicamente en un índice del mercado. En la teoría de Ross (1976) existen inversionistas que no son ignorables y que consideran que el rendimiento se genera por un modelo de la forma $\tilde{x}_i = E_i + \beta_{i1}\tilde{\delta}_i + ... + \beta_{ik}\tilde{\delta}_k + \tilde{\varepsilon}_i$, en donde $\tilde{x}_i$ es el rendimiento total del activo i, E_i es el rendimiento esperado por el inversionista, $\tilde{\delta}_i$ es la sorpresa de cada variable, β_{ik} es la magnitud de cada variable i que influye en el riesgo sistemático del activo k, es el riesgo no sistemático inherente de cada activo i $E\{\tilde{\delta}_i\} = E\{\tilde{\varepsilon}_i\} = 0$ y los $\tilde{\varepsilon}_i$ no están mutuamente correlacionados estocásticamente.[1] Además, no se impone restricción a la distribución multivariada de $(\tilde{\varepsilon}_i, \tilde{\delta}_i)$ más allá de que $(\exists\sigma < \infty)$; $\sigma_i^2 \equiv E\{\tilde{\varepsilon}_i^2\} \leq \sigma^2$. Las $\tilde{\delta}_i$ entonces no son conjuntamente independientes o incluso independientes de las $\tilde{\varepsilon}_i$, no tienen varianza y no se requiere que estén normalmente distribuidas. El inversionista muestra aversión relativa al riesgo y la información es libre y disponible de forma simultánea por parte de los inversionistas; así también, la relación que establece el APT se mantendrá aún en condiciones de profundo desequilibrio. Asimismo, los inversionistas pueden diferir acerca de cómo se distribuyen las diferentes variables que intervienen en el modelo APT; sin embargo, esto no viola la condición básica de arbitraje, manteniéndose la relación. No obstante que la teoría de Ross es menos restrictiva que la teoría de Sharpe, Lintner, Mossin y Treynor, ofrece como problema que no nos dice cuáles son los factores económicos que determinan los rendimientos. Aunque es muy extensa la literatura, tanto teórica como la que reporta resultados empíricos de investigaciones realizadas en diferentes contextos, en las líneas siguientes nos ocupamos de describir esquemáticamente sólo algunos trabajos de interés para el presente análisis.

Roll y Ross (1980) estudian los rendimientos diarios de 1,260 activos listados en el New York Stock Exchange y el American Stock Exchange del 3 de julio de 1962 al 31 de diciembre de 1972, dividiéndolos en 42 grupos de 30 activos cada grupo. El procedimiento utilizado fue: 1) para cada grupo determinaron la matriz de

1 Al riesgo total de un activo se le puede clasificar en dos partes: 1) *La parte del riesgo que depende del mercado.* Este tipo de riesgo es denominado como riesgo de mercado, riesgo sistemático o riesgo no diversificable. 2) *La parte de riesgo que no depende del mercado.* A esta otra parte del riesgo se le denomina riesgo no relacionado con el mercado, riesgo no sistemático o riesgo diversificable.

covarianzas del rendimiento, 2) utilizaron análisis factorial en la matriz de covarianzas para determinar el número de factores y estimarlos, 3) los factores estimados los usaron posteriormente para explicar la variación del rendimiento esperado de cada activo en lo individual; y 4) determinaron la significancia estadística del premio por el riesgo asociado con el factor estimado. Roll y Ross concluyen que los datos empíricos apoyan la APT y validan estadísticamente la existencia de cuatro factores como generadores del rendimiento esperado de los activos; sin embargo, no hacen mención de cuáles son esos factores. También, dicen haber encontrado algunas dificultades empíricas que dejan abierta la puerta para investigaciones posteriores.

Chen, Roll y Ross (1986) relacionan el riesgo sistemático del mercado accionario con algunas variables macroeconómicas. Consideran que, con base en la experiencia, se puede observar que el comportamiento de los precios de los activos se encuentra influido por una variedad de eventos en mayor o menor grado. Asimismo, se fundamentan en la idea de que los inversionistas tienden a diversificar sus portafolios de inversión. El problema que se encuentra aquí es que la teoría no ha podido identificar cuáles son las variables que influyen directamente en el rendimiento de los valores; es decir, las variables que conforman el riesgo sistemático. Chen, Roll y Ross, se enfocan en ese problema proponiendo un conjunto de factores para analizar cómo influyen en el precio de los activos: 1) la producción industrial, 2) inflación no esperada. 3) premio por riesgo, cambios no esperados entre el rendimiento de los bonos corporativos y los bonos gubernamentales, 4) tasa de interés, cambios entre la tasa de rendimiento de los bonos gubernamentales a largo plazo y la tasa de rendimiento libre de riesgo a corto plazo, 5) índice del mercado, 6) consumo, y 7) precios del petróleo. Chen, Roll y Ross prueban varios modelos relacionando las variables económicas y el rendimiento de los activos en el período de 1953 a 1983. Concluyen que los cambios en la producción industrial, en la inflación no esperada y en la tasa de interés, así como el índice del mercado son altamente significativos como generadores del riesgo sistemático; el consumo y el precio del petróleo no tuvieron un nivel de significancia importante.

Roll, Ross y Burmeister (1997) consideran que en el mercado de Estados Unidos los factores económicos explicativos del rendimiento esperado de los activos son: 1) confianza del inversionista, cambios entre la tasa de rendimiento de los bonos corporativos y la tasa de rendimiento de los bonos gubernamentales, ambos con vencimiento a 20 años, 2) tasas de interés, cambios entre la tasa de rendimiento de los bonos gubernamentales a 20 años y el rendimiento de los Treasury Bills a 30 días, 3) inflación, 4) actividad industrial, y 5) índice del mercado. Roll, Ross y Burmeister utilizan como índice del mercado el S&P 500; ejemplifican el uso del modelo APT usando el paquete de computo BIRR con datos mensuales de abril de 1986 a marzo de 1992. Consideran que los Treasury Bills proporcionan una buena aproximación a la tasa de interés libre de riesgo. El estudio muestra la existencia de indicios empíricos para mostrar que el rendimiento del mercado S&P 500 no es eficiente de acuerdo con el criterio media-varianza, lo cual implica que utilizar el CAPM con índices de mercado como aproximación del mercado total puede resultar no ser válido. Asimismo, concluyen que el utilizar un modelo multifactorial tiene más poder explicativo que el CAPM.

Groenewold y Fraser (1997) prueban el modelo APT en el mercado australiano, para el período de 1979 a 1994, encontrando que la tasa de inflación fue un factor consistente en el precio de los activos y que la importancia de otros factores depende del período del cual se extraiga la muestra. Obtienen evidencia para la identificación de los factores mediante una comparación entre factores macro y factores artificiales; además, comparan el APT y el CAPM. Su muestra de datos consiste de observaciones

mensuales del Australian Stock Exchange para el período de diciembre de 1979 a abril de 1994, omitiendo dividendos; de igual manera, utilizan la clasificación sectorial que maneja el Australian Stock Exchange. Calculan la tasa de rendimiento de cada sector sobre la base de la variación del índice sectorial. Al utilizar el modelo APT con factores artificiales, determinan la sensibilidad de los factores por medio del análisis factorial. Asimismo, al usar el APT con factores macro, éstos fueron escogidos arbitrariamente sobre la base de su interacción con el mercado, considerando que cambios en estas variables acarrean cambios en las inversiones. Los factores que Groenewold y Fraser identifican son: 1) la tasa de interés a corto plazo; 2) la tasa de inflación; y 3) la tasa de crecimiento del circulante. Al ir identificando variables, Groenewold y Fraser, consideran al CAPM como un caso particular del APT en el sentido de que hay variables diferentes a la cartera del mercado que proveen información del rendimiento de los activos, las cuales no son consideradas por el CAPM, por ello concluyen que ésta es una ventaja del modelo APT.

Vázquez (2001) realiza un estudio de la APT en México, que va del período de 1992 a 2000. Mediante el análisis de componentes principales conforma factores de riesgo y los relaciona con los rendimientos de las acciones en el período, por medio de un modelo de regresión lineal múltiple. Las variables macroeconómicas utilizadas son: 1) costo porcentual promedio; 2) inflación; 3) producto interno bruto 4) índice de volumen físico de la producción industrial; 5) precio del petróleo; 6) tipo de cambio con respecto del dólar americano; 7) circulante; 8) deuda pública; 9) saldo de cuenta corriente; 10) saldo de cuenta de capital; 11) reservas internacionales; 12) índice del mercado; y 13) tasa de desempleo. Se emplea la tasa de rendimiento de los CETES a 28 días como la aproximación de la tasa de interés libre de riesgo. Con las tasas de crecimiento de esas variables macroeconómicas, en términos reales, se realizó el análisis de componentes principales obteniendo cinco factores y así se determinó qué variables eran representativas de cada factor y, por lo tanto, del riesgo sistemático. Las variables más significativas para la explicación del riesgo sistemático fueron las tasas de cambio en el circulante, la inflación, el precio del petróleo, el índice del mercado y en las reservas internacionales. En síntesis, el estudio de Vázquez constituye una prueba estadística favorable al potencial de la APT para explicar el rendimiento de las acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores.

El estudio, cuyos resultados reportamos en páginas subsecuentes, tiene dos objetivos básicos. El primero de ellos es ofrecer pruebas respecto a la capacidad de la Teoría de Ross (APT) para explicar el rendimiento accionario de activos mexicanos mediante el riesgo sistemático derivado de la influencia de varios factores macroeconómicos. Adicionalmente, se efectúa un análisis del potencial de la APT para orientar la toma de decisiones en la formación de portafolios mediante un modelo de dicha teoría con factores económicos preespecificados.

Se especifica un modelo acorde con la APT para la predicción de los rendimientos esperados de los activos, utilizando las variables significativas del estudio de Vázquez (2001) antes citado. Con los rendimientos así estimados se forman 1,400 portafolios óptimos en el sentido de Markowitz, se comparan con los rendimientos que realmente obtuvieron esos activos en el mercado y se analizan las diferencias (residuos).

El resto de este reporte se estructura de la siguiente forma: en el apartado II se describe a grandes rasgos la metodología que seguimos en nuestro análisis, en el III se resumen los resultados principales y en el IV se presentan las conclusiones.

II. Metodología

Se utilizó la muestra de las 32 acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores estudiada en Vázquez (2001), actualizando los datos a julio de 2001. Las acciones se seleccionaron de acuerdo con el comportamiento de su índice de bursatilidad durante 1999 y 2000, considerando inicialmente todos los sectores económicos. Al haber empleado el índice de bursatilidad para seleccionar las acciones se aseguró el desechar las que a priori podrían considerarse como malas opciones de inversión, ya que como es bien sabido, una acción con un nivel de bursatilidad alta representa una buena opción de negociación en el mercado, reduciéndose o incluso eliminándose el riesgo derivado de la falta de liquidez del activo.

Cabe mencionar que no todas las acciones presentaron información histórica a lo largo del período de tiempo, teniendo que hacerse las consideraciones correspondientes en el análisis. (Tabla 1)

Tabla 1

Número de observaciones del precio de cierre de mes muestreado por acción

Acción	Serie	Observaciones por Acción	Fecha Inicial	Fecha Final
ALFA	A	115	Ene-92	Jul-01
APASCO	*	40	Abr-98	Jul-01
ARA	*	59	Sep-96	Jul-01
BIMBO	A	115	Ene-92	Jul-01
CEMEX	CPO	112	Abr-92	Jul-01
CIE	B	68	Dic-95	Jul-01
COMERCI	UBC	115	Ene-92	Jul-01
CONTAL	*	110	Jun-92	Jul-01
DESC	B	115	Ene-92	Jul-01
ELEKTRA	CPO	85	Jul-94	Jul-01
FEMSA	UBD	115	Ene-92	Jul-01
GCARSO	A1	115	Ene-92	Jul-01
GCC	B	114	Feb-92	Jul-01
GEO	B	83	Sep-94	Jul-01
GISSA	B	115	Ene-92	Jul-01
GMODELO	C	90	Feb-94	Jul-01
GRUMA	B	88	Abr-94	Jul-01
HYLSAMX	BCP	82	Oct-94	Jul-01
ICA	*	112	Abr-92	Jul-01
ICH	B	40	Abr-98	Jul-01
KIMBER	A	115	Ene-92	Jul-01
MASECA	B	115	Ene-92	Jul-01
PE&OLES	*	115	Ene-92	Jul-01
PEPSIGX	CPO	89	Mar-94	Jul-01
SANLUIS	CPO	77	Mar-95	Jul-01
SORIANA	B	115	Ene-92	Jul-01
TAMSA	*	115	Ene-92	Jul-01
TELECOM	A	61	Jul-96	Jul-01
TELMEX	L	115	Ene-92	Jul-01
TLEVISA	CPO	92	Dic-93	Jul-01
TVAZTCA	CPO	48	Ago-97	Jul-01
VITRO	A	40	Abr-98	Jul-01
Total de Observaciones		2,985		

En la muestra resultante se observan acciones de diversos sectores económicos; sin embargo, como se utilizó el índice de bursatilidad para seleccionarlas, hay acciones de sectores, como por ejemplo el financiero, que no figuran en la muestra, ya que durante el período su nivel de bursatilidad no se comportó adecuadamente según el criterio de selección. (Tabla 2)

Tabla 2

Acciones consideradas en la muestra para conformar el portafolios de inversión, lista ordenada por sector

Acción	Serie	Nombre de la Empresa	Sector	Listada en la BMV desde
COMERCI	UBC	CONTROLADORA COMERCIAL MEXICANA, S.A. DE C.V.	Comercio (Casas Comerciales)	25-Abr-91
ELEKTRA	CPO	GRUPO ELEKTRA, S.A. DE C.V.	Comercio (Casas Comerciales)	10-Dic-91
SORIANA	B	ORGANIZACION SORIANA, S.A. DE C.V.	Comercio (Casas Comerciales)	30-Sep-87
TELECOM	A1	CARSO GLOBAL TELECOM, S.A. DE C.V.	Comunicaciones y Transportes (Comunicaciones)	26-Jul-96
TELMEX	L	TELEFONOS DE MEXICO, S.A. DE C.V.	Comunicaciones y Transportes (Comunicaciones)	06-Feb-51
TLEVISA	CPO	GRUPO TELEVISA, S.A.	Comunicaciones y Transportes (Comunicaciones)	10-Dic-91
TVAZTCA	CPO	TV AZTECA, S.A. DE C.V.	Comunicaciones y Transportes (Comunicaciones)	15-Ago-97
APASCO	*	APASCO, S.A. DE C.V.	Industria de la Construcción (Cemento)	12-Oct-81
CEMEX	CPO	CEMEX, S.A. DE C.V.	Industria de la Construcción (Cemento)	05-Ene-76
GCC	B	GRUPO CEMENTOS DE CHIHUAHUA, S.A. DE C.V.	Industria de la Construcción (Cemento)	27-Feb-92
ICA	*	EMPRESAS ICA SOCIEDAD CONTROLADORA, S.A. DE C.V.	Industria de la Construcción (Construcción)	09-Abr-92
ARA	*	CONSORCIO ARA, S.A. DE C.V.	Industria de la Construcción (Vivienda)	26-Sep-96
GEO	B	CORPORACION GEO, S.A. DE C.V.	Industria de la Construcción (Vivienda)	29-Jul-94
BIMBO	A	GRUPO BIMBO, S.A. DE C.V.	Industria de la Transformación (Alimento, Bebida y Tabaco)	19-Feb-80
CONTAL	*	GRUPO CONTINENTAL, S.A.	Industria de la Transformación (Alimento, Bebida y Tabaco)	30-May-79
FEMSA	UBD	FOMENTO ECONÓMICO MEXICANO, S.A. DE C.V.	Industria de la Transformación (Alimento, Bebida y Tabaco)	03-Sep-87
GMODELO	C	GRUPO MODELO, S.A. DE C.V.	Industria de la Transformación (Alimento,	16-Feb-94

Acción	Serie	Nombre de la empresa	Sector	Listada en la BMW desde
GRUMA	B	GRUMA, S.A. DE C.V.	Industria de la Transformación (Alimento, Bebida y Tabaco)	19-Abr-91
MASECA	B	GRUPO INDUSTRIAL MASECA, S.A. DE C.V.	Industria de la Transformación (Alimento, Bebida y Tabaco)	05-Dic-84
PEPSIGX	CPO	PEPSI-GEMEX, S.A. DE C.V.	Industria de la Transformación (Alimento, Bebida y Tabaco)	17-Dic-91
KIMBER	A	KIMBERLY - CLARK DE MEXICO S.A DE C.V.	Industria de la Transformación (Celulosa y Papel)	24-Ago-61
VITRO	A	VITRO, S.A. DE C.V.	Industria de la Transformación (Minerales No Metálicos)	11-Nov-94
ICH	B	INDUSTRIAS CH, S.A. DE C.V.	Industria de la Transformación (Producción de metal)	05-Jul-62
HYLSAMX	BCP	HYLSAMEX, S.A. DE C.V.	Industria de la Transformación (Siderúrgica)	27-Oct-94
TAMSA	*	TUBOS DE ACERO DE MEXICO, S.A.	Industria de la Transformación (Siderúrgica)	03-Nov-53
PE&OLES	*	INDUSTRIAS PEÑOLES, S. A. DE C. V.	Industria Extractiva	05-Sep-61
ALFA	A	ALFA, S.A. DE C.V.	Varios (Controladoras)	15-Ago-78
CIE	B	CORPORACION INTERAMERICANA DE ENTRETENIMIENTO, S.A. DE C.V.	Varios (Controladoras)	19-Dic-95
DESC	B	DESC, S.A. DE C.V.	Varios (Controladoras)	26-Ago-75
GCARSO	A1	GRUPO CARSO, S.A. DE C.V.	Varios (Controladoras)	19-Jun-90
GISSA	B	GRUPO INDUSTRIAL SALTILLO, S. A. DE C.V.	Varios (Controladoras)	24-Ago-76
SANLUIS	CPO	SANLUIS CORPORACION, S. A. DE C. V.	Varios (Controladoras)	01-Oct-84

Los factores macroeconómicos que se utilizan como variables explicativas del riesgo sistemático son las que resultaron significativas en el estudio de Vázquez (2001) que se ha tomado como referencia. A saber: las tasas de cambio del circulante, la inflación, el precio del petróleo, el índice del mercado y en las reservas internacionales. De esta forma, se definieron las siguientes variables:

a) *Rendimiento mensual de las acciones*: $R_{it} = \ln\left(\frac{P_{it}}{P_{it-1}}\right)\times 100$ para toda $i = 1,..,n$; donde $R_{it} =$ Rendimiento de la acción *i* al mes *t* y $P_{it} =$ Precio de la acción *i* al cierre del mes *t*.

b) *Cambio mensual del Índice Nacional de Precios al Consumidor:* $CINPC_t = \ln\left(\frac{INPC_t}{INPC_{t-1}}\right)\times 100$

donde $INPC_t =$ Índice nacional de precios al consumidor en el mes *t.*

c) *Cambio mensual del precio del petróleo (mezcla mexicana):* $CPET_t = \ln\left(\frac{PPET_t}{PPET_{t-1}}\right)\times 100$

donde $PPET_t =$ Precio del petróleo en el mes *t.*

d) *Rendimiento mensual del mercado:* $RM_t = \ln\left(\frac{IPC_t}{IPC_{t-1}}\right)\times 100$, donde $IPC_t =$ Índice de Precios y Cotizaciones de la BMV al cierre del mes *t.*

e) *Variación mensual del circulante:* $\mathrm{VCIR}_t = \left(\frac{\mathrm{CIR}_t - \mathrm{CIR}_{t-1}}{\mathrm{CIR}_{t-1}}\right)\times 100$, donde $\mathrm{CIR}_t =$ Circulante en el mes *t.*

f) *Cambio mensual en las reservas internacionales:* $CRESINT_t = \left(\frac{RESINT_t - RESINT_{t-1}}{RESINT_{t-1}}\right)\times 100$,

donde $RESINT_t =$ Saldo de las reservas internacionales en el mes *t*.

g) *Tasa libre de riesgo mensual:* $r_{ft} = (1 + CETES_t)^{1/12} - 1$, donde $CETES_t =$ Tasa de rendimiento anual para el mes *t* de los Cetes a 28 días.

h) *Rendimiento mensual del mercado en exceso de la tasa libre de riesgo*: $RMEX_t = RM_t - r_{ft}$.

Los datos concernientes a las observaciones de estas variables se expresaron en términos reales, tomando como base el año 2000. La información de las variables macroeconómicas, incluyendo la tasa de los Cetes a 28 días, se obtuvo de las publicaciones en las páginas web de INEGI y BANXICO (www.inegi.gob.mx y banxico.org.mx) y los precios del petróleo de la página web de PEMEX (www.pemex.gob.mx). Los precios accionarios y el valor del Índice de Precios y Cotizaciones se obtuvieron mediante consulta directa al sistema de información electrónica disponible en el Centro de Información de la Bolsa Mexicana de Valores.

Las sensibilidades de cada uno de los activos a los factores de riesgo se obtienen para cada mes a partir de diciembre del 2000 hasta junio del 2001 mediante estimaciones de la especificación lineal de los rendimientos de los activos en exceso de la tasa libre de riesgo, por lo que para activo *i* en el periodo *t* resulta la ecuación:

$$R_{it} - r_{ft} = \beta_{CINPC} CINPC_t + \beta_{CPET} CPET_t + \beta_{RMEX} RMEX + \beta_{VCIR} VCIR + \beta_{CRESINT} CRESINT + \varepsilon_t \quad (1)$$

En tanto que la estimación de (1) mediante el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) supone que los términos de perturbación estocástica, ε_t, tienen varianza constante, es decir, son homoscedásticos, las series financieras parecen no conformarse a esos supuestos pues, como se sabe, la volatilidad observada en el mercado no es constante además de que es posible observar periodos sucesivos de volatilidad persistente. Así, la estimación de los parámetros de interés por MCO no parece ser adecuada para nuestros fines, ya que puede arrojar estimadores no eficientes, es decir, que no son de mínima varianza. Por lo anterior, para obtener estimadores eficientes en el modelo propuesto es necesario capturar el efecto de la varianza no constante (heteroscedasticidad) de la perturbación aleatoria y de la persistencia de la volatilidad. Como es sabido, tanto en la literatura econométrica como en la práctica del análisis de series financieras existen diversas opciones en la familia de los modelos de heteroscedasticidad autorregresiva condicional (ARCH) cuya utilización se ha extendido ampliamente al modelado de series financieras.

En particular consideramos que el modelo EGARCH, *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*, propuesto por Nelson (1991) puede ser un modelo adecuado para nuestros fines pues está diseñado para acomodar la volatilidad asimétrica. La asimetría de la volatilidad significa que ésta es mayor en las caídas del mercado que en las alzas, aunque éstas sean proporcionales a aquellas. De esta forma, mediante la especificación EGARCH (1,1) se puede modelar la varianza del término de perturbación aleatoria condicionada a las noticias y volatilidad del periodo previo como

$$log(\sigma_t^2) = w + \beta\, log(\sigma_{t-1}^2) + \alpha \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}^2} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right| + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}, \quad (2)$$

es decir, dicha varianza condicionada depende tanto de su valor en el periodo anterior como del valor del término de perturbación estocástica rezagado también un periodo. Acotamos aquí que la especificación EGARCH hace muy difícil el pronóstico de la volatilidad de los activos; sin embargo, se decidió utilizarlo únicamente para controlar los efectos asimétricos de la volatilidad y, como se ha asentado, poder obtener en (1) estimaciones eficientes de los parámetros de interés.
Siguiendo el método de máxima verosimilitud, se efectuaron 32 regresiones individuales con los datos hasta diciembre del 2000, procediendo de igual forma para cada mes hasta junio de 2001, recorriendo un mes hacia delante cada una de las muestras. Con las sensibilidades que resultaron significativas para cada mes, algunas sólo al 10% según el valor de probabilidad *(p-value)* de la prueba *t*, se estimó el rendimiento esperado de cada activo para el mes siguiente, de enero a julio del 2001, con base en los cambios observados en ese mes en las variables macroeconómicas.

Para cada mes, de enero a julio de 2001, se formaron 200 portafolios de inversión valuados con los resultados de la especificación individual de la APT, así como otros 200 con las realizaciones observadas en el mercado.

El rendimiento esperado de los portafolios está dado por $E(R_P)=\sum_{i=1}^{n} x_i E(R_i)$ en donde x_i es la proporción de capital a invertir en la acción i y $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$, $E(R_p)$ y $E(R_i)$ representan el rendimiento del portafolios y del activo i, respectivamente. Para el portafolios real $E(R_i)$ es el rendimiento medio de cada acción y en el caso del portafolios APT:

$$\begin{aligned}
E(R_P) &= \sum_{i=1}^{n} x_i E(R_i) \\
&= \sum_{i=1}^{n} x_i \left(r_i + \beta_{i1}F_1 + \beta_{i2}F_2 + \beta_{i3}F_3 + \beta_{i4}F_4 + \beta_{i5}F_5 + \sigma_i \varepsilon_i\right) \\
&= \sum_{i=1}^{n} \left[x_i r_i + x_i\beta_{i1}F_1 + x_i\beta_{i2}F_2 + x_i\beta_{i3}F_3 + x_i\beta_{i4}F_4 + x_i\beta_{i5}F_5 + \sigma_i \varepsilon_i\right] \\
&= \sum_{i=1}^{n} x_i r_i + \sum_{i=1}^{n} x_i\beta_{i1}F_1 + \sum_{i=1}^{n} x_i\beta_{i2}F_2 + \sum_{i=1}^{n} x_i\beta_{i3}F_3 + \sum_{i=1}^{n} x_i\beta_{i4}F_4 + \sum_{i=1}^{n} x_i\beta_{i5}F_5 + \sum_{i=1}^{n} x_i\sigma_i\varepsilon_i
\end{aligned}$$

en donde n=32, para este caso, y además, r_i es la tasa de interés libre de riesgo del activo i; con relación a cómo se construyeron los modelos APT para cada acción, r_i es la misma para todas las acciones; es decir, $r_i = r$, por lo cual el rendimiento esperado del portafolios de inversión está dado por la expresión:

$$E(R_P)=\sum_{i=1}^{n} x_i r + \sum_{i=1}^{n} x_i\beta_{i1}F_1 + \sum_{i=1}^{n} x_i\beta_{i2}F_2 + \sum_{i=1}^{n} x_i\beta_{i3}F_3 + \sum_{i=1}^{n} x_i\beta_{i4}F_4 + \sum_{i=1}^{n} x_i\beta_{i5}F_5 + \sum_{i=1}^{n} x_i\sigma_i\varepsilon_i \ ,$$

de aquí que:

$$E(R_P)=r\sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} x_i\left(\beta_{i1}F_1 + \beta_{i2}F_2 + \beta_{i3}F_3 + \beta_{i4}F_4 + \beta_{i5}F_5 + \sigma_i\varepsilon_i\right)$$

y como $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$ entonces:

$$. E(R_P)=r+\sum_{i=1}^{n} x_i\left(\beta_{i1}F_1 + \beta_{i2}F_2 + \beta_{i3}F_3 + \beta_{i4}F_4 + \beta_{i5}F_5 + \sigma_i\varepsilon_i\right)$$

Por lo tanto:

$$E(R_P)-r=\sum_{i=1}^{n} x_i\left(\beta_{i1}F_1 + \beta_{i2}F_2 + \beta_{i3}F_3 + \beta_{i4}F_4 + \beta_{i5}F_5 + \sigma_i\varepsilon_i\right)$$

Para ambos portafolios el riesgo está dado por $\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2\sigma_i^2 + 2\sum_{i<j}^{n}\sum_{i<j}^{n} x_i x_j Cov(R_i, R_j)$ donde σ_p^2 es la varianza del portafolios, $Cov(R_i, R_j)$ es la covarianza del rendimiento de la acción i con la acción j.

Para construir la frontera eficiente real, en un espacio riesgo-rendimiento, se obtuvieron los valores de x_i, con ventas en corto permitidas. Se buscó minimizar el riesgo del portafolios de inversión medido por su varianza, que es una función cuadrática. Así se plantean los siguientes modelos de optimización cuadrática:

i) Minimizar σ_p^2

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

ii) Minimizar σ_p^2

Sujeto a

$$E(R_P) = \sum_{i=1}^{n} x_i E(R_i)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

Con el modelo*i)* se determina el portafolio de mínimo riesgo global (o portafolio de mínima varianza global) y con el modelo *ii)* se obtiene un portafolio de mínimo riesgo (mínima varianza) para un rendimiento prefijado de antemano. La solución a los modelos de optimación cuadrática planteados se obtuvo utilizando el método de los multiplicadores de Lagrange que permite convertir un problema con restricciones en uno no restringido.[2]

La frontera real de portafolios de mínima varianza se obtuvo con los valores observados de en cada fin de mes del periodo de enero a julio del 2001. Con la misma base de asignación presupuestal se construyó la frontera APT; de este modo, se obtienen 200 parejas de portafolios reales y portafolios estimados con el modelo APT. El siguiente paso fue comparar los residuos y determinar si existía diferencia significativa entre ambas fronteras.

El rango o amplitud de la frontera considerada es de 20 puntos porcentuales a partir del portafolios de mínimo riesgo y $E(Residuos) = 1$ con una probabilidad del 95%. Un estimador puntual de σ^2 para $\mu_a - \mu_b$ es $\frac{\sigma_a^2}{k_a} + \frac{\sigma_b^2}{k_b}$ en donde σ_a^2 y σ_b^2 son las varianzas de las poblaciones y k_a y k_b son los tamaños de las muestras de las poblaciones a y b, respectivamente.

El estimador puntual descrito puede utilizarse para determinar el tamaño de la muestra de ambos portafolios, haciendo $k_a = k_b = k$ y $\sigma_a^2 = \sigma_b^2 = \sigma^2$, además, se sabe que para la curva normal $4\sigma \approx 95\%$, de aquí que si $4\sigma \approx rango$ entonces $\sigma \approx \frac{rango}{4}$, igualando $2\sqrt{\frac{\sigma^2}{k} + \frac{\sigma^2}{k}} = error$, al despejar

[2] Para solucionar un problema de optimación de cualquier función f restringida a la función g, se tiene que introducir una nueva variable Φ llamada multiplicador de Lagrange —el número de variables a agregar depende del número de restricciones—, con la cual se forma la función auxiliar F, $F = f + \Phi \cdot g$, tal que, el problema se transforma entonces en encontrar los puntos críticos para las variables de F; es decir, los puntos para los cuales la primera derivada de F respecto de la variable en turno sea igual a cero. *Veáse:* Louis Leithold. 1987. *El cálculo con geometría analítica, 5a. ed.*, Harla, México, p. 1366.

el valor de k se obtiene el tamaño de la muestra deseada que es dado por $k = \left(\frac{2\sqrt{2\sigma^2}}{error} \right)^2$ para este caso $k = 200$ en cada mes, totalizando así 1,400 portafolios analizados de enero de 2000 a julio de 2001.

Se planteó la hipótesis nula $H_0 : \mu_a - \mu_b = 1$ frente a la alternativa $H_1 : \mu_a - \mu_b \neq 1$; en donde μ_a es la media muestral del portafolios real y μ_b es la media muestral del portafolios APT. Asimismo, esta prueba se realizó también para el riesgo de los portafolios.[3]

III. Resultados

Esta sección se divide en dos partes: a) los resultados de las regresiones de los activos individuales y b) el análisis de residuos de la comparación de la frontera de los portafolios APT los portafolios reales.

a) Resultados de las regresiones individuales

En primera instancia es conveniente mencionar que no se ofrecen pruebas formales sobre la posibilidad de multicolinealidad en las estimaciones, puesto que las correlaciones entre los factores (regresores) son bajas a julio del 2001 (tabla 3), como es de suponerse toda vez que los regresores se obtuvieron mediante el análisis de componentes principales, el cual genera factores no correlacionados.

Tabla 3

Matriz de correlaciones de los regresores

	CINPC	CPET	RMEXC	VCIR	CRESINT
CINPC	1.000000	-0.288697	0.035463	-0.017458	0.033635
CPET	-0.288697	1.000000	0.120736	-0.294792	-0.114850
RMEXC	0.035463	0.120736	1.000000	0.161717	-0.306304
VCIR	-0.017458	-0.294792	0.161717	1.000000	0.044518
CRESINT	0.033635	-0.114850	-0.306304	0.044518	1.000000

[3] Para probar la hipótesis $H_0 : \theta = \theta_0$ frente a $H_1 : \theta \neq \theta_0$ el estadístico de la prueba se define como $Z = \frac{\hat{\theta} - \theta_0}{\sigma_{\hat{\theta}}}$; y la región de rechazo H_0 de frente a H_1 es $|z| > z_{\alpha/2}$ prueba de dos colas, respectivamente. Así también, un estimador puntual insesgado para $\sigma^2_{\hat{\theta}}$ es $\frac{\sigma^2}{k}$ en donde k es el tamaño de la muestra. *Véase*: Mendenhall, W., Scheaffer, R. L., Wackerly, D. D. 1986. *Estadística matemática con aplicaciones*, Grupo Editorial Iberoamérica, México, pp. 303 y 392.

Aunque nuestro análisis se centra en la parte sistemática del modelo especificado y no en el modelado de la varianza, es pertinente señalar que en las ecuaciones ajustadas no siempre se observa la existencia de los efectos ARCH y GARCH, que capturan los efectos de la volatilidad de corto y largo plazo respectivamente en la memoria del proceso, así como tampoco se observa que esté siempre presente el efecto de asimetría que captura el modelado EGARCH de la varianza residual. Conviene recordar que el modelo EGARCH se seleccionó como modelo general para cumplir nuestro objetivo de obtener estimaciones más precisas de los coeficientes de los factores de riesgo pues, como se acotó, ese modelo de la varianza de los residuales toma en cuenta su heteroscedasticidad. No obstante la conveniencia de nuestra elección, consideramos que se debe tener presente la posibilidad de explicar los diferentes activos con diferentes especificaciones de la familia ARCH, pues no existe garantía a priori de que el EGARCH (1,1) especificado sea el mejor para todos los activos. Por lo anterior, queremos destacar que los resultados que se presentan en los siguientes párrafos pudieran estar sujetos a errores de mala especificación.

Los resultados de las estimaciones se condensan en la tabla 4. De acuerdo con ellos, se encontró evidencia significativa, tanto al 5% como al 10% e incluso al 1%, de la significancia de los factores del modelo de la APT que se prueba para explicar la variación de los rendimientos de los activos analizados. Sin embargo, cabe señalar que una buena parte de esa variación no es explicada por el modelo ya que en la mayoría de los casos se observa una baja bondad de ajuste. Además, los factores que explican el riesgo en alguno de los periodos pueden no ser significativos en otros periodos, aunque en lo general se observa un comportamiento estable en los coeficientes estimados.

Tal como puede verse en la tabla 4, las acciones que mostraron sensibilidad a los cinco factores son a*pasco, cie, comerci, contal, elektra, femsa, gcarso, ica, ich, kimber, pe&oles, pepsigx, telecom* y *vitro*. Por su parte, *alfa, bimbo, gcc, geo, gissa, gmodelo, gruma, sanluis, telmex, televisa* y *tvazteca*, mostraron sensibilidad por lo menos a cuatro de los factores. El grupo de acciones que mostró alguna sensibilidad a tres factores está formado por *ara, cemex, hylsamx, soriana* y *tamsa*,en tanto que *desc* y *maseca* parecen explicarse únicamente por dos factores. Salvo el caso de las 14 acciones cuyos rendimientos reales en exceso de la tasa libre de riesgo que mostraron sensibilidad a los cinco factores, en las demás acciones se observa que no son siempre los mismos factores.

Desde el punto de vista de los factores, tenemos que el rendimiento mensual en términos reales que se observó en el mercado en exceso de la tasa libre de riesgo, *RMEX*, es el único factor común a todos los activos. El factor que mide el efecto de la inflación mediante los cambios en el Índice Nacional de Precios al Consumidor, *CINPC*, en ninguna de las estimaciones resultó significativo para las acciones *alfa, ara, desc, gmodelo* y *tamsa*. Por su parte, los cambios reales en la cotización en dólares de la mezcla mexicana de petróleo, *CPET*, no fueron significativos para *cemex, gissa, maseca, sanluis, soriana, tlevisa* y *tvazteca*. De manera semejante, según los resultados alcanzados, parece ser que las variaciones reales del circulante, *VCIR*, no contribuyen a la explicación de los rendimientos de *ara, desc, gcc, geo, hylsamx, maseca, pe&oles* y *tamsa*. Por último, los cambios reales de las reservas internacionales, *CRESINT*, no parecen influir significativamente en los rendimientos de *bimbo, cemex, desc, gruma, hylsamx, maseca, soriana* y *telmex*. En resumen, exceptuando los activos que parecen explicarse con los cinco factores seleccionados, existen en nuestra muestra activos cuyos rendimientos

	CINPC			CPET			
Significancia(α)	1%	5%	10%	1%	5%	10%	
alfa					dic,ene,feb	may,jun	dic,ene,feb
apasco	abr		dic	dic,feb,mar	ene,may		dic,ene,feb
ara				ene,abr,	feb,mar		dic,ene,feb
bimbo			dic,ene,feb,mar,abr,may	feb,	dic,ene,mar,abr,may,jun		dic,ene,feb
cemex	dic,ene,feb,mar,abr,may,jun						dic,ene,feb
cie	feb,	mar,may		dic,ene,feb,may,	mar	abr,jun	dic,ene,feb
comerci	dic,feb,mar,abr,may,jun	ene		dic,ene,feb,mar,abr,may,jun			dic,ene,feb
contal	dic,abr,may,jun	ene,feb		dic,abr	may,jun	mar	dic,ene,feb
desc				dic,ene,feb,mar,abr,may,jun			dic,ene,feb
elektra	dic,ene,feb,may	mar,abr		dic,ene,feb,mar	abr,may		dic,ene,feb
femsa	ene,feb			ene,feb			dic,ene,feb
gcarso		mar,abr,may,jun		feb	dic		dic,ene,feb
gcc	may,jun	dic,ene,feb,mar,abr				ene,feb,mar,abr,may,jun	dic,ene,feb
geo	dic,ene,feb,mar,abr,may,jun			may	jun		dic,ene,feb
gissa	dic,ene,feb,mar,abr,may,jun						dic,ene,feb
gmodelo				dic,feb,mar,abr,may,jun	ene		dic,ene,feb
gruma	dic,ene,mar,abr,may,jun	feb			feb,mar,abr,may,jun	ene	ene,feb,r
hylsamx	jun	feb		may	ene,mar,abr		dic,ene,feb
ica	dic,ene,feb,mar,abr,may,jun			dic,ene,feb,mar	abr,jun		dic,ene,feb
ich	dic,ene,mar,abr	may,jun		mar	ene		dic,ene,feb
kimber	dic,ene,feb,mar			ene	feb		dic,e
maseca	feb,mar,abr	dic,ene,may,jun					dic,ene,feb
pe&oles		mar	dic,ene,feb,may	ene,feb	dic,mar	abr,may	dic,ene,feb
pepsigx	dic,ene,feb,mar,abr,may,jun			dic,ene,feb,mar,abr,may,jun			dic,ene,feb
sanluis	jun						dic,ene,feb
soriana			dic,ene,feb				dic,ene,feb
tamsa				dic,feb,mar,abr,may,jun	ene		dic,ene,feb
telecom	dic,ene,feb,mar,abr,may,jun			dic,ene,feb,mar,abr,may,jun			dic,ene,feb
telmex	dic,ene,feb,mar,abr,may,jun			dic,ene,feb,abr,jun	mar,may		dic,ene,feb
tlevisa	dic,feb,mar,abr,may,jun	ene					dic,ene,feb
tvaztca	ene,feb,mar,abr						dic,ene,fe
vitro	dic,ene,feb,abr,may,jun	mar		abr			dic,ene,feb

dic = diciembre, ene = enero, feb = febrero, mar = marzo, abr = abril, may = mayo, jun = junio

TABLA 4. RESUMEN DE LAS REGRESIONES (PARTE SISTEMÁTICA)

RMEXC		VCIR			CRESINT			DW	R^2
1%	5%	1%	5%	10%	1%	5%	10%		
b,mar,abr,may,jun		dic,ene,feb,mar,abr,may	jun			feb	dic	1.98-2.09	.16-.19
b,mar,abr,may,jun		ene,feb,mar	dic,abr,may,jun		dic,ene,feb,mar	abr,may,jun		2.23-2.66	.18-.46
b,mar,abr,may,jun							ene	1.80-2.10	.15-.20
b,mar,abr,may,jun		dic,ene,feb,mar,abr,may,jun						1.83-1.86	.10-.12
b,mar,abr,may,jun		feb,mar,abr,may,jun		ene				1.93-2.02	.31-.34
b,mar,abr,may,jun		ene,feb,mar,abr,may			ene,feb,mar,abr,may	dic		1.89-2.17	.32-.40
b,mar,abr,may,jun			ene,feb	mar,abr,may,jun	dic,ene,feb,mar,abr,may,jun			2.02-2.14	.55-.57
b,mar,abr,may,jun		dic			dic,abr,may,jun	ene,feb		2.02-2.10	.22-.25
b,mar,abr,may,jun								1.86-1.87	.06-.08
b,mar,abr,may,jun		jun			dic,ene	feb,mar,abr,may		1.93-1.97	.24-.26
b,mar,abr,may,jun				feb	ene	feb		1.97-1.98	.08-.10
b,mar,abr,may,jun			ene		ene		feb,abr,may	2.05-2.11	.38-.71
b,mar,abr,may,jun					dic,ene,feb,mar,abr,may,jun			1.96-2.05	.66-.67
b,mar,abr,may,jun					dic,ene,feb,mar	abr	jun	1.71-2.08	.18-.23
b,mar,abr,may,jun		dic,ene,feb,mar,abr,may,jun			dic,ene,feb,mar,abr,may,jun			2.27-2.29	.06-.08
b,mar,abr,may,jun			dic,ene,mar	feb,abr,jun	dic,ene,mar,abr,may,jun			2.19-2.21	.007-.01
mar,abr,may,jun	dic		feb					1.61-1.73	.07-.10
b,mar,abr,may,jun								1.86-2.12	.19-.33
b,mar,abr,may,jun		dic,ene,feb,mar,abr,may,jun			dic,ene,feb,mar,abr,may			1.81-1.84	.06-.13
b,mar,abr,may,jun		dic,mar,abr			dic,ene,mar,abr	feb,may,jun		1.58-2.64	.27-.68
ene,feb,mar,	abr,may,jun	dic,ene	feb		mar	dic		1.80-1.92	.08-.13
b,mar,abr,may,jun								1.82-1.88	.28-.32
b,mar,abr,may,jun								1.63-1.81	.17-.22
b,mar,abr,may,jun			mar	abr,may,jun	feb	dic,ene,mar,abr,may,jun		2.11-2.14	.16-.17
b,mar,abr,may,jun		dic,ene,feb,mar,abr	may		mar			1.67-2.39	.16-.21
b,mar,abr,may,jun			dic,ene,feb	mar,may,jun				1.22-2.21	.34-.53
b,mar,abr,may,jun						dic,mar,abr	ene,feb,may,jun	2.16-2.32	.34-.39
b,mar,abr,may,jun		dic,ene,feb,mar,abr,may,jun			dic,feb,mar,abr,may,jun			1.94-2.04	.14-.19
b,mar,abr,may,jun		dic,ene,feb,mar,abr,may,jun						2.03-2.28	.44-.50
b,mar,abr,may,jun		dic,ene,feb,mar,may,jun		abr	mar,abr,jun	may		1.82-1.89	.11-.12
b,mar,abr,may,jun		ene,feb,mar,abr			ene,mar,abr			1.85-1.96	.25-.29
b,mar,abr,may,jun		dic,abr,may	feb		dic,ene,feb,abr,jun	mar		1.93-2.43	.15-.51

reales en exceso de la tasa libre de riesgo no parecen tener relación con el comportamiento de algún(os) factor(es) postulado(s) en el modelo sujeto de la prueba.

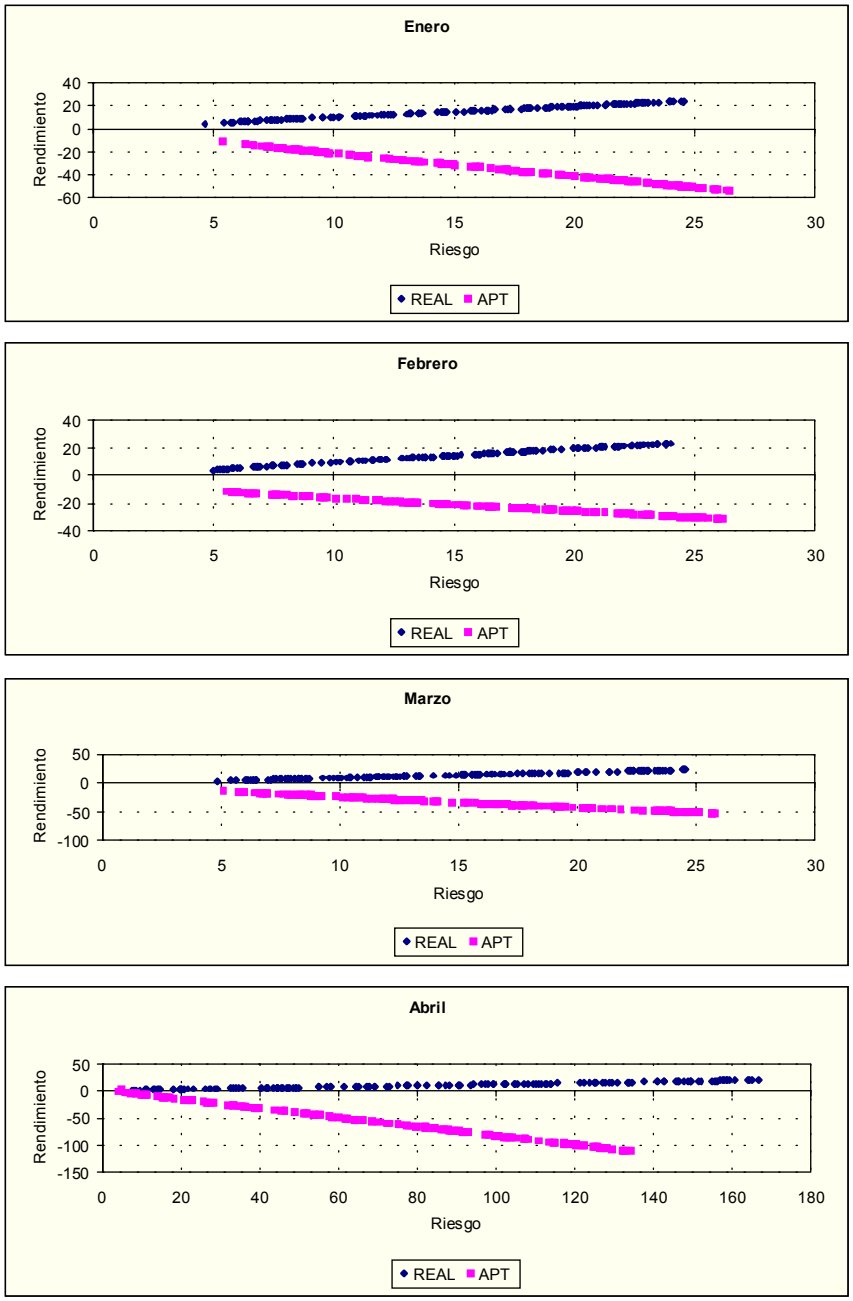
Por otra parte, al analizar las 32 acciones de la muestra de acuerdo con el sector económico al que pertenecen, según la clasificación de la Bolsa Mexicana de Valores mostrada ya en la tabla 2, para indagar si existe alguna evidencia de la posible existencia de factores de riesgo comunes por sector económico, se obtuvieron los resultados siguientes. Para el sector *Comercio (Casas Comerciales)* los factores CINPC, CPET, VCIR y CRESINT se presentan como explicativos del riesgo sistemático para dos de las tres acciones del sector en la muestra y solamente RMEX resultó explicativo en todas las acciones del sector. En el caso del sector *Comunicaciones y Transportes (Comunicaciones)*, cuatro acciones en la muestra, los factores CINPC, RMEX y VCIR son fundamentales en la explicación del riesgo sistemático; es decir, para las cuatro acciones hubo alta significación estadística y CRESINT resultó explicativa para tres de las cuatro acciones estudiadas. En la muestra hay tres acciones del sector *Industria de la Construcción (Cemento)* para las cuales los factores CINPC y RMEXC son factores de riesgo en común y, VCIR y CRESINT resultaron fundamentales para sólo dos de las tres acciones. El sector *Industria de la Construcción (Vivienda)* estuvo representado por sólo dos acciones para las cuales los factores CPET, RMEXC y CRESINT fueron factores de riesgo en común. El sector *Industria de la Transformación (Alimento, Bebida y Tabaco)* fue el que tuvo la mayor representación en la muestra, siete acciones, para las cuales el factor RMEXC fue el único en común en el 100% de las acciones; CINPC y CPET resultaron ser comunes sólo para el 71% de las acciones analizadas. El sector *Industria de la Transformación (Siderúrgica)* fue representado por dos acciones para las cuales CPET y RMEXC fueron los factores de riesgo sistemático en común. El sector *Varios (Controladoras*) fue el segundo sector con participación importante en la muestra, ya que se consideraron seis acciones, para las cuales el RMEXC fue el factor común de riesgo; VCIR y CRESINT resultaron ser comunes sólo para cuatro de las seis acciones consideradas. Para los sectores restantes *Industria de la Construcción (Construcción), Industria de la Transformación (Celulosa y Papel), Industria de la Transformación (Minerales No Metálicos), Industria de la Transformación (Producción de Metal) e Industria Extractiva*, no es posible concluir cuáles factores son comunes para acciones del mismo sector, ya que en la muestra sólo se tuvo una acción por cada uno de los sectores listados.

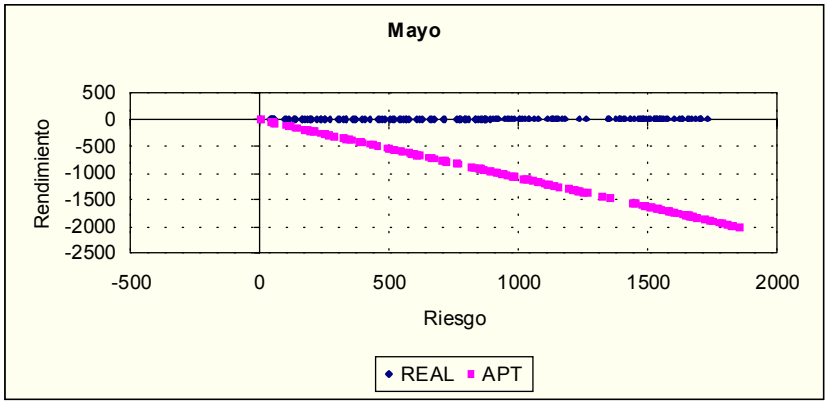
Los resultados del análisis, de acuerdo con el sector en que se clasifican los activos, sugieren la presencia de factores comunes para explicar los rendimientos de los activos, aunque estos resultados deben tomarse con alguna cautela, pues también se encontró que no todos los activos de un sector responden a los factores que pudieran considerarse comunes. Las consideraciones muestrales, como el tamaño o la representatividad, imponen otra razón más para tener precaución en la interpretación de nuestros resultados.

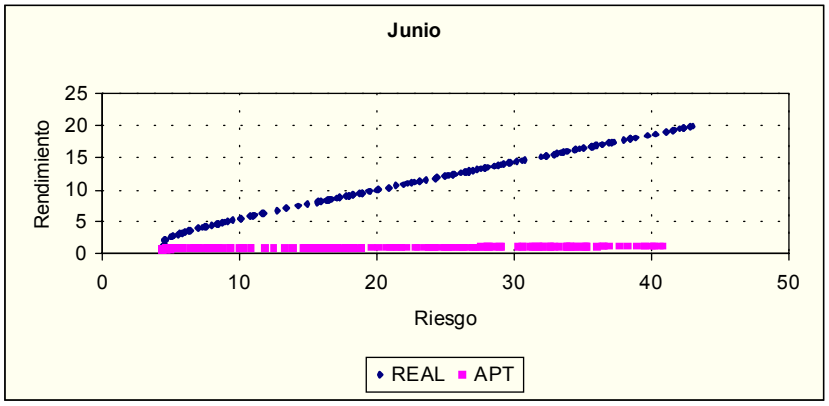
b) Análisis de los residuos de la comparación de fronteras

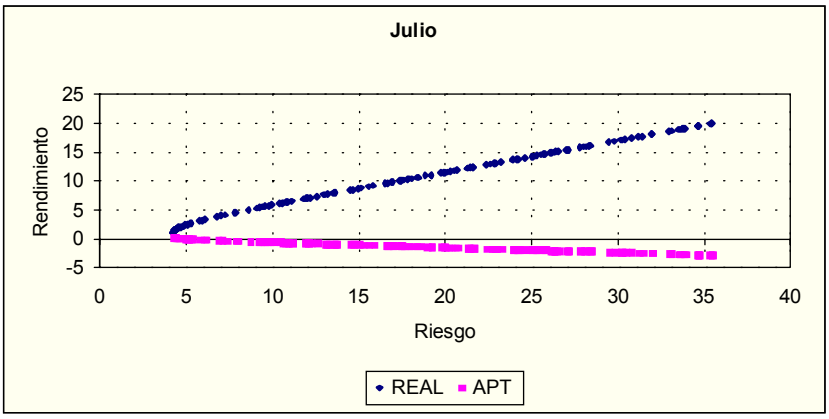
La frontera de portafolios de nuestra especificación de la APT subestima sistemáticamente los rendimientos (gráfica 1).

Gráfica 1 Fronteras estimadas APT *vs*. Reales









La amplitud del rango de la prueba fue muy amplia para lo que sería en la práctica, razón por la que al compararla con la frontera real se obtuvieron residuos muy altos en algunos puntos. En los portafolios de mínima varianza global se observan los residuos más pequeños, incrementándose su valor conforme se expanden las fronteras. Por esta razón si se hubiera considerado un rango más pequeño la separación entre ambas fronteras sería menor y, por lo tanto, el residuo tendería a disminuir.

De acuerdo con el error considerado, en la prueba se rechaza la hipótesis nula de igualdad de la media muestral de los residuos del rendimiento esperado de los portafolios. En el caso de los residuos muestrales del riesgo únicamente se acepta la hipótesis nula en tres de los casos: mayo, junio y julio del 2001. (Tabla 5)

Tabla 5

Análisis de residuos

	Análisis del Rendimiento					
	Real		APT			
Mes	Media	Desv. Est.	Media	Desv. Est.	Residuo	Z
Ene-01	14.868	5.548	-34.184	12.095	49.052	51.070
Feb-01	13.988	5.477	-22.062	5.647	36.050	63.013
Mar-01	13.806	5.579	-34.597	11.103	48.402	53.952
Abr-01	10.259	5.481	-54.294	32.731	64.553	27.083
May-01	11.300	5.842	-1,024.364	613.778	1,035.664	23.839
Jun-01	10.668	5.396	1.021	0.134	9.647	22.655
Jul-01	10.380	5.479	-1.365	5.479	11.745	19.612
	Análisis del Riesgo					
	Real		APT			
Mes	Media	Desv. Est.	Media	Desv. Est.	Residuo	Z
Ene-01	15.076	5.775	16.480	6.079	-1.404	-4.054
Feb-01	14.730	5.557	16.161	6.006	-1.431	-4.202
Mar-01	14.980	5.778	15.777	6.032	-0.797	-3.043
Abr-01	82.698	48.095	66.231	38.839	16.467	3.538
May-01	879.197	526.283	942.938	564.836	-63.740	-1.186
Jun-01	22.071	11.823	20.818	11.262	1.253	0.219
Jul-01	18.290	9.480	18.376	9.480	-0.086	-1.146

Región de rechazo Z>z
(para Z en valor absoluto).

Signif.	
1%	2.575
5%	1.960

No obstante los rechazos de la hipótesis nula, se observa, en lo general, estabilidad en el comportamiento de los residuos medios del riesgo y rendimiento, excepto para el caso del riesgo que en abril y mayo son más altos, particularmente destaca el riesgo del último de estos meses en que su valor es exageradamente elevado, como se muestra en la gráfica 1.

IV. Conclusiones

De acuerdo con nuestros resultados, aún reconociendo que son provisionales, se encuentra evidencia a favor de las variables consideradas como explicativas de los rendimientos de los activos estudiados en el modelo de la APT que se ha postulado. Este resultado es consistente tanto con la hipótesis que se desprende de la teoría de fijación de precios por arbitraje (APT), según la cual existen diversos factores económicos de riesgo sistemático (no sólo el riesgo del mercado) que explican los rendimientos accionarios, como con las propuestas de modelos multifactoriales que emergen a partir, o incluso independientemente, de la APT.

A pesar de que no se planteó como objetivo del análisis una comparación entre el APT y el CAPM, el hecho de que el factor riesgo de mercado haya resultado significativo en todas nuestras regresiones sugiere que el CAPM, no obstante sus limitaciones, tiene algo que decir respecto a los rendimientos de los activos y, entonces, parece ser que puede considerarse como un caso particular de una teoría más general. Además, aunque tampoco fue un objetivo específico del estudio, se mostró evidencia de que hay factores de riesgo sistemático que resultan comunes para acciones que pertenecen al mismo sector económico.

La evidencia significativa que se muestra en este análisis sugiere que el modelo APT es aplicable en el mercado mexicano para explicar el riesgo sistemático y por ende el rendimiento de las acciones que cotizan en él. No obstante, es importante resaltar el hecho de que el modelo que se propuso para probar la APT no explicó totalmente la variabilidad del rendimiento de las acciones estudiadas porque la bondad de ajuste fue baja y, por lo tanto, puede no ser confiable como un modelo para elaborar pronósticos. Sin embargo, es conveniente reiterar que la especificación del modelo econométrico EGARCH (1,1) que se utilizó para explicar el rendimiento pudiera no ser la especificación adecuada para modelar los rendimientos de los activos y, como consecuencia, en alguna(s) estimaciones individuales pudiera haber sesgos.

Puede argumentarse que la parte no explicada en la variabilidad de los rendimientos puede deberse al riesgo no sistemático, propio de cada activo. Sin embargo, ya que la APT no especifica cuántos y cuáles son los factores que deben considerase, no es posible asegurar que en nuestra especificación hayamos recogido todos los factores de riesgo sistemático y que, por lo tanto, los residuales de las regresiones hayan recogido únicamente el componente no sistemático del riesgo. También es conveniente señalar que en la especificación seleccionada para el modelo econométrico no se consideró el posible efecto de los factores de riesgo propuestos en la varianza de los residuales de las regresiones.

Al valuar 1,400 portafolios de inversión con la APT se mostró que el modelo empleado no explica totalmente la relación entre el rendimiento esperado y el riesgo sistemático. Esto se deduce de que, como se mostró en el cuerpo de este informe, los residuos entre la predicción del modelo y los valores realmente observados en el periodo para el cual se hace el pronóstico son altos, es decir, estadísticamente significativos. Como consecuencia de la diversificación, se esperaría que, al formar los portafolios APT, debería haber desaparecido, o al menos disminuido considerablemente, el riesgo no sistemático. Entonces, no se pueden explicar las diferencias entre la predicción de rendimientos que

hace la especificación del modelo y los valores observados a menos que se acepte que dicha especificación no es completa.

Para efectos prácticos, como el análisis o la administración de portafolios, el tamaño de los errores con que nuestra especificación pronostica el rendimiento esperado parece demasiado grande como para utilizarse eficientemente. La magnitud de los residuos que se observaron al comparar las fronteras eficientes está relacionado con el hecho de que el modelo que seleccionamos parece no explicar el riesgo sistemático. Por lo tanto, es altamente probable que dichos residuos estén causados por el problema de especificación, particularmente si existen sesgos en las estimaciones que hubieran, a su vez, introducido sesgos en las estimaciones de los rendimientos esperados de los portafolios analizados.

La posibilidad de estimaciones sesgadas limita de manera importante cualquier inferencia y la explicación de carácter económico que pudiera hacerse a partir de los resultados de nuestro análisis, por lo tanto, creemos que por el momento no estamos en condiciones idóneas para ofrecer tal explicación. Sin embargo, parece razonable suponer que las variables de información económica que se utilizaron sí deben considerarse como importantes, puesto que su determinación se realizó mediante un análisis independiente del que nos ocupamos en estas páginas.

Si ponemos en el centro de la discusión el problema de especificación, surgen preguntas importantes, por ejemplo: ateniéndonos a la información del periodo estudiado ¿es posible encontrar una mejor especificación de las relaciones de los factores de riesgo propuesto y el rendimiento de los activos estudiados?; por otra parte, ¿los factores detectados tienen efectos permanentes o sólo transitorios en la relación riesgo-rendimiento?; es decir, de cambiar el horizonte temporal de estudio ¿continúan siendo representativos? y/o ¿hay factores de riesgo que no hemos recogido? Parece evidente que para responder a estas interrogantes se requieren investigaciones específicas; sin embargo, consideramos que la prioridad en la agenda de nuestra investigación corresponde al intento de responder la primera de esas preguntas, antes de ampliar los alcances de nuestra investigación. Así, pues, esperamos presentar los resultados correspondientes en el futuro próximo.

Por último, con base en la evidencia que aquí se ha discutido, presentamos como conclusiones generales de este reporte que a) el APT ofrece un marco teórico importante para explicar la relación riesgo-rendimiento de los activos negociados en el mercado mexicano, sin embargo, b) su instrumentación como herramienta para la toma de decisiones en la configuración de portafolios óptimos no es sencilla, por lo que c) es importante considerar también nuevas perspectivas teóricas y analíticas.

Bibliografía

Gouriéroux Christian, 1997, ARCH models and financial applications, Springer-Verlag, Nueva York.

Groenewold, N. and Fraser, P., 1997, «Share prices and macroeconomic factors,» Journal of Business Finance and Accounting, Vol. 24, No. 8-9, octubre-diciembre, 1367-1384.

Hair, J. F., Jr., Anderson, R. E., Tatham, R. L. y Black, W. C. 1999. Análisis multivariante, 5a. ed., Prentice Hall, Madrid, España.

Leithold Louis, 1987, El cálculo con geometría analítica, 5a. ed., Harla, México.

Lintner John, 1965, «The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets», The Review of Economics and Statistics, vol. XLVII, Nº 1, febrero, 13-37.

Markowitz Harry M., 1959, Portfolio selection, efficient diversification of investments, John Wiley and Sons, Nueva York.

Markowitz Harry M., 1952, «Portfolio selection», Journal of Finance, 12, 77-91.

Mendenhall, W., Scheaffer, R. L., Wackerly, D. D., 1986, Estadística matemática con aplicaciones, Grupo Editorial Iberoamérica, México.

Mossin, Jan, 1966, Equilibrium in a capital asset market», Econometrica, vol. 34, octubre, 768-783.

Nelson Daniel B., 1991, «Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach», Econometrica, 59, N° 2, marzo, 347-370.

Roll, Richard and Ross Stephen A., 1980, «An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory,» Journal of Finance, Vol. XXXV, No. 5, diciembre, 1073-1103.

Roll, Richard, Ross, Stephen A. and Burmeister, E., 1997, Using Macroeconomic Factors to Control Portfolio Risk, nota técnica, BIRR, Inc., EU.

Ross, Stephen. A., 1976, «The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing,» Journal of Economic Theory, 13, 341-360.

Sharpe William F., 1963, «A simplified model for portfolio analysis», Management Science, IX, Nº 2, enero, 277-293.

Sharpe William F., 1964, «Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk», Journal of Finance, XIX, Nº 3, septiembre, 425-442.

Shumway Robert H. Y Stoffer David S., 2000, Time series analysis and its applications, Springer-Verlag, Nueva York.

Vázquez T. Francisco J., 2001, Validación Empírica del Modelo APT, Arbitrage Pricing Theory, en México para Conformar y Administrar Portafolios de Inversión en Títulos Accionarios, Tesis de Maestría en Finanzas, Facultad de Contaduría y Administración, UNAM, México.