MOMENTO ECONÓMICO

NÚM. 125, ENERO-FEBRERO DE 2003, PP. 2-17.

INEFICIENCIA DINÁMICA EN LA TEORÍA TRADICIONAL DEL PRODUCTOR. UNA APLICACIÓN DEL TEOREMA DE SUPERIORIDAD DE LA TEORÍA DE LA INEXISTENCIA DEL MERCADO DE TRABAJO*

FERNANDO ANTONIO NORIEGA UREÑA**

Resumen

En este artículo se realiza una aplicación del Teorema de Superioridad de la TIMT sobre un modelo de generaciones traslapadas. Los resultados fundamentales demuestran, en primer lugar, la ineficiencia dinámica del sistema cuando los productores maximizan el volumen de beneficios en lugar de la tasa de ganancia y, segundo, el efecto expansivo de la distribución progresiva del ingreso sobre la acumulación y el consumo de las dos generaciones. El sistema, bajo maximización de la tasa de ganancia, resulta ser superior, en el sentido de Pareto, a aquel en el que se maximiza la tradicional función de beneficios.

Palabras clave: Teoría tradicional del productor, teoría de la inexistencia del mercado de trabajo, modelo de generaciones traslapadas, tasa de ganancia, maximización del volumen de beneficios.

Clasificación JEL: D21, D43, D99, J4

Recibido: 18 de noviembre de 2002.
Enviado a dictamen: 22 de noviembre de 2002.
Aceptado: 14 de febrero de 2003.

Introducción

Los modelos más utilizados por la teoría económica actual, a fin de explicar los fenómenos de la acumulación y las transferencias intergeneracionales en una economía de mercado en tiempo discreto, son los de generaciones traslapadas. Sus bases fueron desarrolladas de manera pionera por Maurice Allais (1947) y Paul Samuelson (1958) para el análisis intergeneracional de las relaciones entre consumo presente y futuro, y entre ahorro y acumulación de capital, y por Peter Diamond (1965) para el estudio de la viabilidad financiera de una economía con deuda transferible de una generación a otra.

La solidez de sus resultados los ha convertido en imprescindibles para el análisis macroeconómico dinámico, y sus implicaciones de política económica han influido de manera determinante en la restructuración de los sistemas de ahorro para el retiro y en la evaluación de largo plazo de las políticas fiscal y monetaria.

Por su importancia en la determinación de criterios de política económica, el análisis intergeneracional es abordado por la teoría de la inexistencia del mercado de trabajo (TIMT) como parte de su programa de investigación. En esta ocasión se presentan los resultados que revela una prueba del *teorema de superioridad* de la TIMT,[1] aplicado a un modelo de generaciones traslapadas plenamente adherido a las exigencias de la teoría neoclásica.

* Una versión preliminar de este trabajo fue presentada en el XII Coloquio Mexicano de Economía Matemática y Econometría, realizado en la Universidad Autónoma Metropolitana, México, D.F., del 28 al 31 de octubre de 2002.
** Profesor-Investigador de Tiempo Completo, Departamento de Producción Económica, Universidad Autónoma Metropolitana-Unidad Xochimilco. Dirección electrónica: <fnoriega@cueyatl.uam.mx>.
[1] Véase Noriega (1998, y 2001, capítulo 6).

Las implicaciones de estos resultados en el estado actual de la teoría son cruciales: en primer lugar, se demuestra que la teoría neoclásica del productor es incompetente para construir, desde sus bases, el análisis intergeneracional de una economía de mercado, debido a que implica la ineficiencia dinámica del sistema como consecuencia de la incorrecta interpretación de la forma en que las firmas toman sus decisiones en ambiente competitivo. Es decir, según se desprende de la prueba, la teoría neoclásica propone comprender el funcionamiento del capitalismo con firmas que ganan menos de lo que en realidad podrían ganar y, consecuentemente, con consumidores que ahorran menos, dando lugar a tasas por debajo de la acumulación en el sistema.

En segundo término, se demuestra que la teoría neoclásica interpreta un capitalismo socialmente ineficiente, puesto que en realidad la corrección de sus incoherencias en la teoría del productor, revela la posibilidad de situaciones superiores en el sentido de Pareto, respecto de aquellas similares en términos de precios y esfuerzo social, a aquellas que establece la teoría neoclásica. O sea, en condiciones de pleno empleo y precios competitivos, la teoría neoclásica afirma que un equilibrio general es óptimo de Pareto, cuando en realidad puede ser superado bajo las mismas condiciones sistémicas, por otro, resultante de la conducta efectivamente maximizadora de las empresas.

En tercer lugar, se demuestra que la distribución progresiva del ingreso entre generaciones es imprescindible para que la dinámica de largo plazo sea eficiente. Por último, se demuestra que un sistema en el que la distribución del ingreso se polariza completamente en términos de salarios y beneficios entre las generaciones, tiende al colapso financiero.

Estos resultados son preocupantes en la medida en que descalifican la robustez de los resultados neoclásicos de generaciones traslapadas para sustentar criterios de política económica; sin embargo, bajo las hipótesis de la TIMT se ofrece un camino de reconstrucción de la teoría que supera claramente las insuficiencias del enfoque dominante.

El artículo comprende tres apartados: el primero se dedica a la exposición del teorema de superioridad; el segundo es inherente al desarrollo del modelo de generaciones traslapadas y a la prueba del teorema en él, y el tercero corresponde a un balance de los resultados y de sus implicaciones macroeconómicas.

1. El teorema de superioridad

Según la teoría neoclásica, en un sistema de propiedad privada, plena descentralización y condiciones de competencia perfecta, el productor representativo, precio aceptante, maximiza la función masa de beneficios –que consiste en la diferencia simple entre ingresos y costos de producción– hasta donde su conjunto de posibilidades técnicas de producción lo permite. En contraste, según la TIMT, estos agentes maximizan, no la masa sino la tasa de beneficios, es decir, la proporción que las ganancias representan respecto de los costos, o bien su equivalente: el producto medio total de los factores, también hasta donde lo permite su conjunto de posibilidades técnicas de producción. Ello plantea una disyuntiva lógica fundamental: hay dos formas posibles de representar la conducta económica del productor bajo condiciones de competencia perfecta, y puesto que los resultados de ambas difieren sustancialmente entre sí, sólo una de ellas debería representar de manera apropiada la conducta maximizadora de estos agentes y, por tanto, explicar coherentemente el funcionamiento de una economía de mercado.

La disyuntiva se resuelve precisamente con el teorema de superioridad. Este último demuestra que una economía competitiva en la que se maximiza la tasa de ganancia en lugar de la función masa de beneficios, propia de la teoría tradicional, resulta ser de mayores niveles de producción, ganancias y bienestar que el otro, pese a utilizarse en ambos el mismo volumen de recursos.

Las implicaciones de tal resultado son importantes para la teoría: la teoría habitual del productor da lugar a resultados propios de una economía ineficiente y no óptima en el sentido de Pareto, lo que la descalifica como norma para la definición de criterios de política económica; no explica coherentemente el funcionamiento de una economía de mercado ni sus fenómenos principales, razón por la que no es útil para la sustentación de análisis ni de formas de gobierno de los principios que rigen su funcionamiento.

En los siguientes párrafos se expondrá el *teorema de superioridad* a partir del escenario analítico más general y sencillo: un producto no durable, el trabajo como único factor de producción, y un único periodo de análisis. Se iniciará con las hipótesis específicas sobre el cálculo económico de los productores.

1.1 Hipótesis

Teoría tradicional

Sea Π la masa de beneficios, P el precio del único producto que se genera en el sistema; q_o la cantidad ofrecida de producto; w el salario nominal, y T_d el número de horas de trabajo empleadas directamente en el proceso de producción. Entonces el cálculo del productor se formaliza así:[2]

$$Máx\Pi = pq_o - wT_d \quad [1]$$

S.a

$$q_o = f(T_d) \quad [2]$$

con $f' > 0$ y $f'' < 0$, siendo $f(T_d)$ una función de producción que satisface plenamente las condiciones de Inada. Esta función define la frontera de un conjunto estrictamente convexo de posibilidades técnicas de producción, y garantiza $\Pi > 0$ para toda cantidad positiva de producto. Sin embargo, esta función tiene dos graves limitaciones respecto de la que se propondrá más adelante para la TIMT: en primer lugar, no permite la maximización de la tasa de ganancia con una solución económicamente significativa; segundo, el concepto de tecnología que encierra se refiere exclusivamente a la ingeniería.

[2] Cabe recordar que las propiedades de homogeneidad de grado 1 en precios, continuidad, convexidad y no decrecimiento, de la función de beneficios, han sido detalladamente tratadas por Hotelling (1932), y más adelante por Hicks (1946) y Samuelson (1947).

Las condiciones de primer orden que derivan de ese cálculo, son:

$$f' = \frac{w}{p} \quad [2]$$

$$q_o = f(T_d) \quad [3]$$

De ellas resultan la función demanda de trabajo, inversa del salario real, y la función oferta de producto, directa del precio relativo del único bien producido. Un sistema de dos ecuaciones que determina una oferta y una demanda. Es decir, las dos funciones a través de las cuales el productor interactúa con los consumidores en los mercados de trabajo y de producto. Así, en un sistema de dos mercados y un precio relativo, bastará cualquiera de las funciones de demanda excedente para calcular el precio relativo o su inversa.[3] Es necesario remarcar que bajo rendimientos marginales decrecientes se verificará que:

$$\frac{f(\cdot)}{T_d} > f' > 0 \quad [4]$$

o sea, el producto marginal de trabajo será necesariamente inferior al producto medio y mayor que cero. Esta condición será muy importante para el desarrollo del teorema.

Puesto que la consistencia contable del conjunto de una economía conformada por consumidores y productores exige que los ingresos de las empresas sean necesariamente iguales a los gastos de los consumidores y que los ingresos de estos últimos sean a su vez similares a los gastos de las empresas (base de la ley de Walras), lo que resulte de la forma de tomar decisiones de oferta de producto y demanda de factores por parte de las firmas determinará, en última instancia, las posibilidades de financiamiento de los planes de los consumidores.

[3] Bajo condiciones de concavidad estricta de las funciones de utilidad, las funciones de demanda excedente de un sistema de este tipo serán homogéneas de grado cero en precios, continuas en el dominio de los precios relativos, y satisfacientes de la ley de Walras.

La restricción presupuestal de los consumidores estará dada por:

$$\Pi + wT_o = pq_d \qquad [5]$$

En esta expresión, los subíndices *"o"* y *"d"* denotan las cantidades ofrecidas de trabajo y demandadas de producto, respectivamente.

Teoría de la inexistencia del mercado de trabajo

En este marco analítico se postula que los productores maximizan la tasa de beneficio π, es decir, la proporción que representa la masa de beneficios en el total de gastos que deben sufragar para concretar la producción. Por tanto, la función objetivo de estos agentes será, en el escenario simple de un producto, un factor y un periodo, la siguiente:[4]

$$(1+\pi) = \frac{pq_o}{wT_d} \qquad [6]$$

A diferencia del concepto de tecnología que subyace en la función [2] en la tradición neoclásica, en la TIMT la tecnología se define como la relación entre organización e ingeniería. La organización es inherente a toda empresa, corresponde a su capacidad para atender más contratos que un agente individual, e implica insumir una cantidad T^* de trabajo para que la empresa exista como organización y se inserte en la industria. A esa cantidad de trabajo le corresponde nivel nulo de producto. A la primera unidad positiva de trabajo que se emplee por encima de T^* para activar la ingeniería del proceso de producción, le corresponderá un nivel positivo de producto. Por tanto, la expresión de la función de producción resulta ser así:

$$q_o = f(T_d - T^*) \qquad [7]$$

[4] Obsérvese que la función [6] es –a diferencia de [1]– homogénea de grado cero en precios y continua.

con $f'>0$ y $f''<0$ para todo $(T_d - T^*) > 0$.

Esta función tiene el atributo de permitir igualmente la maximización de la tasa de beneficios como de la masa de ganancias, con soluciones económicamente significativas.[5]

Los costos de instalación no corresponden a rendimientos crecientes, a indivisibilidades ni a barreras a la entrada de los productores, por las siguientes razones:

1. Cuando se trata de rendimientos crecientes, a cualquier unidad positiva de trabajo le corresponde un nivel positivo de producto, lo cual no es el caso de la función [7].

2. La magnitud T^* puede ser tan pequeña como se quiera, y en el conjunto de posibilidades técnicas para los productores habrá siempre una opción diferente para sustituir organización por ingeniería o viceversa, aunque los costos de instalación sean siempre positivos debido a la definición misma de tecnología. El caso extremo de esta situación se representa, justamente, con la tradicional función [2], en la cual $T^*=0$ y la producción se convierten en un fenómeno que se desarrolla sin organización alguna, con la sola presencia de la ingeniería, misma que se activa con cualquier magnitud de trabajo y da lugar a que las empresas nazcan y desaparezcan espontáneamente. De esa especificación de la función de producción surge la necesidad de que en escenarios competitivos, del tipo Arrow-Debreu, el número de empresas deba ser un dato inicial arbitrariamente determinado, a fin de eliminar las indeterminaciones del sistema neoclásico en lo que al número de empresas se refiere, e imponiendo explícitamente ba-

[5] Las funciones de producción polinómicas y no convexas que representan en su gráfica desde rendimientos crecientes hasta decrecientes, hacen posibles soluciones económicamente significativas, tanto para la maximización de la masa como de la tasa de ganancia, sin necesidad de modificaciones como la aquí propuesta; sin embargo, como se puede constatar, el conjunto solución del cálculo del productor al maximizar la tasa de ganancia sujeta a la función de producción (7), es estrictamente convexo; propiedad que no se verificaría en otros casos. Para una referencia precisa al respecto, véase Noriega (1994 capítulo 2, o 2001 capítulos 2 y 3).

NÚM. 125, ENERO-FEBRERO DE 2003, PP. 2-17.

rreras tanto a la entrada como a la salida de productores. Este es un argumento que le otorga a la función de producción [2] la posición de un caso particular en [7]; el caso aquel en que $T^*=0$.

3. Como se demuestra en equilibrio general, los costos de instalación se determinan endógenamente en la TIMT, y son tan flexibles como los precios relativos en todos los mercados competitivos. Esto significa que las condiciones del sistema son determinantes para definir la magnitud de T^* y, a través de su magnitud, determinar el número de unidades productivas y la magnitud de cada una de ellas. Es decir, se resuelve la indeterminación neoclásica previamente aludida. No será lo mismo instalar determinada ingeniería en un sistema con un mercado muy grande y diversificado, que en otro con un mercado más pequeño y especializado. Esas diferencias se traducirán en exigencias sobre la organización de las empresas, y tales exigencias implicarán a su vez diferentes cantidades de recursos para satisfacerlas.

Por todo ello los costos de instalación T^* no significan de ninguna manera una violación de las condiciones de competencia perfecta; no son resultado de rendimientos crecientes, de indivisibilidades ni de rigideces, y sí son un expediente lícito para representar de manera más adecuada la tecnología de producción. Es importante añadir a lo señalado que al cambiar la función [2] por la [7], para sujetar a ella el cálculo de los productores según la teoría tradicional (maximización de [1]), no se alteran las condiciones de equilibrio acostumbradas en la teoría neoclásica (producto marginal del trabajo igual al salario real) ni cambian los resultados habituales.

El programa del productor a partir de las hipótesis de la TIMT está dado por:

$$Máx\ (1+\pi) = \frac{pq_o}{wT_d} \qquad [6]$$

S.a

$$q_o = f(T_d - T^*) \qquad [7]$$

con f'>0 y f"<0 para todo ?Td -T*)>0.

Las condiciones de primer orden resultantes de la maximización están dadas por:

$$f' = \frac{f(\cdot)}{T_d} \qquad [8]$$

$$q_o = f(T_d - T^*) \qquad [7]$$

La función [8] explica el resultado fundamental de la TIMT: el productor demandará trabajo hasta el punto de su función de producción, en el que el producto medio sea igual al marginal, y lo hará con plena independencia del salario real. Así, el "mercado de trabajo" resulta ser una entidad insustentable en el razonamiento de la economía. Existe un sector laboral conformado por oferentes y demandantes de trabajo, pero no es ni se comporta como un mercado; por tanto en él no se determina el salario real; éste resulta ser una variable distributiva de determinación exógena, y en equilibrio general la demanda de trabajo se concreta como una función que depende positivamente de la demanda de producto, a través de ella, positivamente del salario real. Por otra parte se tiene que la oferta de producto será también independiente de los precios, resultado que en equilibrio general implicará que todo vector de precios será un equilibrio para el mercado de producto. El equilibrio será perpetuo, y a cada vector de precios en el sistema se realizarán todas las transacciones rentables a que haya lugar. Sin embargo, el equilibrio en el mercado (de producto) no implicará necesariamente que el sector laboral se encuentre en pleno empleo. El desempleo involuntario será una de las situaciones posibles, y se exhibirá como un resultado plenamente compatible con el equilibrio general.

Obsérvese que en [8] el producto medio resulta ser igual que el marginal, a diferencia de lo señalado en el caso tradicional.

Por la correspondencia que existe entre ingresos y gastos de productores y consumidores, la restricción presupuestal de estos últimos en este caso estará dada por:

$$(1+\pi)\, wT_o = Pq_d \qquad [9]$$

Con la especificación de estas hipótesis se tiene ya la base de comparación requerida por el teorema.

1.2 El teorema

Ahora se supondrá una economía plenamente descentralizada, de propiedad privada y competitiva, bajo una situación en la que los precios son un dato, se hallan en sus niveles de equilibrio general a partir del cálculo tradicional de los productores. El nivel de empleo es pleno, y a partir de esa situación los productores se plantean la comparación de lo que hubiese resultado en caso de haber ellos maximizado la tasa de beneficios en lugar de la masa, como lo hicieron hasta este momento. El problema consiste en determinar cuál de los dos cálculos económicos planteados los beneficiaría más, en ejercicio de su conducta racional. Resolver el problema significará para nosotros saber cuál de ambos representaría adecuadamente su conducta económica en un sistema capitalista de libre mercado. Para realizar la comparación se supondrá que el nivel de empleo es pleno e invariable, al igual que los precios. Se supondrá, finalmente, que se trata de dos sistemas que se confrontan.

Diferencial de ingresos

Las ecuaciones [5] y [9] representan las restricciones presupuestarias de los consumidores, en sistemas que operan bajo las mismas condiciones iniciales que propone la teoría tradicional, pero con diferente conducta económica de los productores en cada uno de ellos: según [1], como maximizadores de Π, y según [6], de π.

El primer paso para aproximarnos a una respuesta al problema será la demostración de que en un sistema en el que los productores maximizan la tasa de beneficios, existirá para los consumidores un subconjunto superior de consumo que podría ser realizable, respecto de las posibilidades de consumo que ofrece el sistema donde se maximiza Π, pese a que ambos sistemas comparten gustos y preferencias, tecnología y precios. Para el efecto, nos situaremos nuevamente en el modelo macroeconómico más sencillo: un producto no durable, un factor de producción, y un periodo de análisis, debido a que el resultado en este escenario simple no diferirá en nada sustancial del que se lograría en otro más complejo.

Lema 1

Proposición:

Para todo *(p,w)* tal que $p>0$ y $w>0$, se verificará que en un sistema en el que se maximice π, existirá un subconjunto de posibilidades de consumo superiores a las máximas viables en un sistema en el que se maximice Π.

Demostración:

Considérese el siguiente sistema de ecuaciones conformado por las restricciones presupuestarias de los consumidores en cada uno de los sistemas comparados, distinguidos en adelante por los subíndices de q:

$$\begin{cases} (1+\pi)wT_o = pq_{d\pi} & [9] \\ \Pi + wT_o = pq_{d\Pi} & [5] \end{cases}$$

Para hallar los valores de demanda de producto y de oferta de trabajo que satisfagan el sistema, considerando como datos el precio del producto y el salario, y los parámetros $\pi>0$ y $\Pi>0$, cuyas magnitudes precisas se desconocen, se igualan [5] y [9], arribando a la siguiente expresión:

$$T_o = \frac{\Pi}{\pi\ w} \qquad [10]$$

que al remplazarse en [5] conduce a:

$$q_d = \left(1+\frac{1}{\pi}\right)\frac{\Pi}{p} \qquad [11]$$

Las expresiones [10] y [11] son la solución del sistema. Ambas ecuaciones lineales tienen sólo un punto en común y, por tanto, pendientes diferentes:

- En [9]:

$$\frac{\partial q_{d\pi}}{\partial T_o} = (1+\pi)\frac{w}{p},$$ con ordenada cero en el origen,

- En [5]:

$$\frac{\partial q_{d\Pi}}{\partial T_o} = \frac{w}{p}$$, con ordenada al origen en $\frac{\Pi}{p}, \frac{\Pi}{p} > 0.$

Se constata de inmediato la superioridad de la pendiente de [9] sobre la de [5], puesto que la tasa de beneficio π será siempre positiva. Ya que ambas rectas están definidas sobre magnitudes positivas de sus variables, sumando un $\varepsilon > 0$, por pequeño que éste sea, a la oferta de trabajo [10] que soluciona el sistema:

$$T_o = \frac{\Pi}{\pi\ w} + \varepsilon \qquad [10']$$

y remplazando luego el resultado en [5] y [9], se obtiene lo siguiente:

- En [9]:

$$q_{d\pi} = \frac{\Pi}{p} + \frac{\Pi}{\pi\ p} + \frac{w}{p}\varepsilon + \pi\frac{w}{p}\varepsilon \qquad [11]$$

- En [5]:

$$q_{d\Pi} = \frac{\Pi}{p} + \frac{\Pi}{\pi\ p} + \frac{w}{p}\varepsilon \qquad [12]$$

Por tanto:

$$q_{d\pi} - q_{d\Pi} = \pi\frac{w}{p}\varepsilon\ ; \quad \pi\frac{w}{p}\varepsilon > 0 \qquad [13]$$

con lo cual este lema queda demostrado.

El siguiente paso consistirá en demostrar, a partir del vector de precios, que se ha supuesto dado e invariable, que en un sistema viable en el cual los productores maximizan π en lugar de Π, se generan mayor producto y masa de beneficios que si maximizaran Π. Esta demostración servirá para hacer evidente que es posible para los consumidores realizar alguna de sus posibilidades del subconjunto superior de consumo mostrado en el L*ema 1*.

Lema 2:

Proposición:

Para todo (p,w) tal que $p>0$ y $w>0$, se verificará que la masa de ganancia cuando un productor maximiza π es estrictamente mayor a la masa de ganancia que resulta si maximiza Π, con E$q_{d\pi} > q_{d\Pi}$, empleando tanto para $q_{d\pi}$ como para $q_{d\Pi}$, una misma cantidad de todos y cada uno de los factores, y aceptando para ambos casos un único vector de precios, definido en cualquiera de ambos. En este caso, sin embargo, se ha supuesto que el vector de precios ha sido determinado en el sistema maximizador de Π.

Demostración:

Con el fin de otorgarle algo más de generalidad a la demostración de este lema, debido a su importancia en el teorema, defínase inicialmente la siguiente función de producción:

$$q_o = Af(T_1, T_2, \ldots T_{n-1}, T_n),\ A > 0; \qquad [14]$$

con $f_i > 0$ y $f_i < 0 \quad \forall i, i = 1, 2, \ldots n-1, n$

y $f(\cdot) > 0$ para todo $(T_1, T_2, \ldots T_{n-1}, T_n) > 0$,

$f(\cdot) = 0$ en otro caso.

Se supondrá que se trata de una función homogénea de grado μ, tal que $1 > \mu > 0$, y que T$n = (T_d - T^*)$, *s*iendo T* los costos de instalación definidos previamente. El parámetro A de la función de producción representará el número de unidades productivas con las que opera la empresa o productor, siendo éstas perfectamente divisibles. En el cálculo del productor, discriminaremos dicho parámetro con un subíndice "π" o "Π", según se trate de la maximización de la tasa o de la masa de beneficios, respectivamente.

Se sabe ya que si el productor maximiza Π, efectúa un cálculo del siguiente tipo:

$$\text{Máx } \Pi = pq_{o\Pi} - \sum_{i=1}^{n} w_i T_i$$

S.a

$$q_{o\Pi} = A_{\Pi} f(T_1, T_2, ... T_{n-1}, T_n) \qquad [16]$$

Supóngase arbitrariamente definido el parámetro $A\Pi$, $A\Pi > 0$; las condiciones de primer orden serán:

$$f_i' = \frac{w_i}{p} \quad \forall i, i = 1, 2, ... n-1, n \qquad [17]$$

además de la propia función de producción.

–Por el teorema de Euler, se verificará que:

$$\mu q_{d\Pi} = \sum_{i=1}^{n} w_i \overline{T_i} \qquad [18]$$

En adelante se supondrá que $p=1$. Para el siguiente cálculo se hará vigente únicamente el vector de precios del productor que maximiza la masa de beneficios.

–Si el productor maximiza la tasa de beneficio π, su cálculo se define así:

$$Máx\ (1 + \pi) = \frac{pq_{o\pi}}{\sum_i w_i T_i} \qquad [19]$$

S.a

$$q_{o\pi} = A_{\pi} f(T_1, T_2 ... T_{n-1}, T_n) \qquad [20]$$

Puesto que las cantidades de factores que utiliza están dadas y son las mismas que en [16], debido al supuesto de aceptación de un único vector de precios, adoptado para hacer posible la comparación, las condiciones de primer orden valuadas en el punto definido por tales cantidades, serán:

$$\sum_{i=1}^{n} \hat{f}_i' \cdot \frac{\overline{T}_i}{A_{\pi} f(\overline{T}_1, \overline{T}_2, ... \overline{T}_n)} = 1 \qquad [21]$$

$$q_{o\pi} = A_{\pi} f(\overline{T}_1, \overline{T}_2, ... \overline{T}_n) \qquad [22]$$

–Con estas expresiones se resolverán las magnitudes $q_{o\pi}$ y A_{π}, de manera que puedan compararse con las establecidas en el cálculo previo.

–Puesto que cuando se maximiza π, la productividad marginal de cada factor es igual al máximo producto medio total de los factores, resulta que:

$$\hat{f}_i' > f_i' \qquad [23]$$

Es decir, el producto marginal de cada factor es más alto al maximizar π que al maximizar Π. Por tanto, en virtud del teorema de Euler, se tiene:

$$q_{o\Pi} < \sum_{i=1}^{n} \hat{f}_i' \cdot \overline{T_i} \qquad [24]$$

lo que significa:

$$A_{\pi} > A_{\Pi} \qquad [25]$$

y

$$q_{o\pi} > q_{o\Pi} \quad , \qquad [26]$$

que implica la superioridad de los beneficios cuando se maximiza π.

–Obsérvese que cuanto más pequeños sean los costos de instalación, mayor será la diferencia entre A_{π} y A_{Π}. Lo que significa que en el límite inferior, cuando los costos de instalación tiendan a cero, la diferencia en términos de producto, beneficios y número de plantas productivas alcanzará su máximo a favor del sistema en el que se maximiza la tasa de beneficios.

–Los beneficios totales resultantes del cálculo sobre la masa Π serán:

$$(1 - \mu) q_{o\Pi} = \Pi_{\Pi} \qquad [27]$$

y los resultantes de la maximización de π

$$(1 - \mu) q_{o\pi} = \Pi_{\pi} \qquad [28]$$

siendo evidente que $\Pi_{\pi} > \Pi_{\Pi}$, con lo cual se considera demostrado este lema

Así se demuestra que un productor cualquiera, y por tanto todos los del sistema, preferirá maximizar la tasa

NÚM. 125, ENERO-FEBRERO DE 2003, PP. 2-17.

de ganancia en lugar de la masa de beneficios, siempre que la tecnología vigente así lo permita.

Esta demostración es plenamente válida para el caso de un solo factor, debido a que las condiciones de primer orden serán simétricas a las antes expuestas.

Teorema

Proposición 1:

Si en un sistema en competencia perfecta los productores maximizan Π pudiendo maximizar π, no logran el máximo volumen posible de ganancias e implican ingresos inferiores a los máximos posibles para los consumidores. Por tanto, la función objetivo Π da lugar a conducta económica no maximizadora de los productores, es decir, irracional.

Proposición 2:

A partir de una situación de pleno empleo, resultante de la maximización de Π por parte de los productores, es posible alcanzar una situación superior en el sentido de Pareto, cuando en el sistema estos agentes maximizan la tasa de beneficios.

Demostración:

–Por los lemas 1 y 2 se sabe que para todo par (p,w) tal que $p>0$ y $w>0$, se verificará que en un sistema en el que se maximice π, siendo esto posible, existirá un conjunto de posibilidades de consumo superiores a las máximas viables en un sistema en el que se maximice Π Se sabe también que $\Pi_\pi > \Pi_\Pi$ puesto que $q_{o\pi} > q_{o\Pi}$. Por lo tanto, las posibilidades superiores de consumo en el sistema donde se maximiza la tasa de beneficios serán realizables para los consumidores.

–Sea $U = u\left[q_d,(\tau - T_o)\right]$ estrictamente cóncava y diferenciable, la función de utilidad del consumidor representativo de la economía analizada. Debido a que se ha supuesto pleno empleo en el sistema en el que se maximiza Π, entonces: $T_o=T_d$. Dado que se supuso además un mismo nivel de empleo, igual en ambos sistemas, se tendrá que $dT=0$ en cualquier caso. Diferenciando la función de utilidad bajo este resultado, se obtiene:

$$dU = u_q' \cdot dq_d$$

–Puesto que $q_{o\pi} > q_{o\Pi}$, sin variaciones en el nivel de empleo, entonces el diferencial de la demanda de producto ($dq_d > 0$) será positivo y, por tanto, $dU>0$, con lo que se demuestra que el nivel de utilidad de los consumidores será más alto cuando se maximice π en lugar de Π. Es decir, que empleando un mismo volumen de recursos, si los productores maximizan la tasa de ganancia en lugar de la masa, el resultado será superior en el sentido de Pareto. Así queda demostrado este teorema.

2. Un modelo de generaciones en tiempo discreto

Se define un sistema conformado por dos generaciones de agentes en cada uno de sus periodos: los jóvenes, incorporados al sistema en el periodo t, y los viejos, que ingresaron al mismo en el periodo t-1, que realizarán sus últimos planes de consumo en t, y habrán salido definitivamente del sistema en $t+1$. Cada una de estas generaciones hace su cálculo económico maximizando una función de utilidad separable en el tiempo, dependiente de su consumo presente y de su consumo futuro esperado bajo expectativas de verificación perfecta. Los jóvenes evalúan su utilidad en valor presente, descontando la utilidad esperada de su consumo futuro a una tasa subjetiva θ estrictamente positiva.[6]

La coexistencia de jóvenes y viejos simultáneamente, implica que unos y otros compartan el producto a través de algún sistema de asignación. Se supone que se trata de una economía competitiva, de propiedad privada y plena descentralización, en la que los jóvenes poseen la

[6] El tratamiento más detallado de las condiciones iniciales, la contabilidad del sistema y los resultados básicos de los modelos de generaciones traslapadas se encuentran en McCandless y Wallace (1991); sin embargo, la formalización y la diversidad de escenarios analíticos que se ofrecen en el capítulo 3 de Blanchard y Fischer (1989), hacen posible mostrar resultados de equilibrios múltiples y diferentes condiciones institucionales que vinculan el análisis con marcos específicos de evaluación de política macroeconómica.

capacidad de trabajo y los viejos la propiedad del capital. Sin embargo, se supone también que unos y otros participan de la propiedad de las firmas, lo que se traduce en una tasa de participación de cada uno de ellos en los beneficios resultantes de la producción; tasa que es fijada *ex ante* a través de un acuerdo respetado por ambas generaciones (es decir, a través de una institución). Las tasas de participación, ambas pertenecientes a los reales no negativos, son: ρ_w de los jóvenes, y ρ_k de los viejos, tales que $\rho_{w} + \rho_k = 1$. El subíndice w se refiere a los jóvenes cuya característica en términos de ingresos es que son quienes perciben los salarios además de su participación en los beneficios, y el subíndice k corresponde a los viejos, quienes siendo poseedores del capital, perciben la renta que éste genera y que se suma también a su participación en las ganancias.

Los jóvenes financian con sus ingresos tanto su consumo actual q_{c1t} como su ahorro A_t, y esperan financiar su consumo futuro q_{c2t+1} con el rendimiento que les proporcionen sus ahorros a la tasa de interés vigente en $t+1$. Los viejos, por su parte, financian con sus percepciones únicamente su consumo en t: q_{c2t}.

La economía genera en cada periodo un único producto, del cual derivan tanto el consumo como el ahorro que después reingresará como capital a las empresas durante el periodo siguiente. Cada consumidor ofrece inelásticamente una unidad de trabajo, y la suma de la oferta de trabajo de toda la población equivale al nivel de empleo que, a su vez, iguala al volumen de población joven en el sistema, es decir, a T_T. Con el fin de simplificar el modelo para los fines propios de esta prueba, se supondrá que la tasa de crecimiento de la población es nula.

Las firmas, según la teoría neoclásica, maximizan la masa de beneficios, es decir, la diferencia entre el producto total y los costos de salarios y capital; en contraste, según la teoría de la inexistencia del mercado de trabajo aquéllas maximizan la tasa de ganancia, la que sumada a uno equivale al producto medio total de los factores. Los resultados de la maximización de una u otra función objetivo difieren sustancialmente, como se ha hecho evidente en el apartado previo. En ambos casos la maximización de las firmas se sujeta a una función de producción, misma que para efectos de la comparación de ambos sistemas deberá permitir por igual que se maximice la tasa de ganancia tanto como la masa de beneficios, con resultados económicamente significativos; o sea, con producto positivo y viabilidad financiera. Esto será posible nuevamente gracias a los costos de instalación.

Para comenzar el desarrollo formal del modelo, se exhibirá primero el cálculo de los consumidores; luego, marcando claramente las diferencias, se analizarán las diferencias contables entre un sistema en el cual los productores maximizan los beneficios, denotados nuevamente por Π, y otro, en el que maximizan la tasa de ganancias, señalada por π. Más adelante, con base en las diferencias contables, se procederá a analizar las diferencias en los resultados de la maximización de las firmas. Finalmente, tras un ejercicio de comparación puntual de resultados para el agregado, se sustentarán los resultados anunciados.

2.1 Cálculo del consumidor

Sea:

$$Máx\ u(q_{c1+}) + (1 + \theta)^{-1}u(q_{c2t+1}) \tag{1}$$

S.a

$$q_{c1t} + A_t = w_tT_t + \rho_w\Pi_t \tag{2}$$

$$q_{c2t+1} = (1 + r_{t+1})A_t + \rho_k\Pi_{t+1} \tag{3}$$

el cálculo del agregado de los consumidores bajo el supuesto de identidad entre todos ellos. En el miembro derecho de [2] se muestran los ingresos salariales totales y el total de beneficios percibidos por los jóvenes, y en el miembro derecho de [3] se exhiben el ahorro más su rendimiento esperado, sumado a los beneficios esperados por los jóvenes durante su vejez en el próximo periodo. Cada variable será entonces representativa del agregado de los consumidores en el sistema. La tasa real de interés del periodo posterior está dada por r_{t+1}.

La relación marginal de sustitución intertemporal resulta en la siguiente expresión:

$$\frac{u'(q_{c1t})}{u'(q_{c2t+1})} = \frac{1+r_{t+1}}{1+\theta} \qquad [4]$$

Bajo el supuesto de que la preferencia temporal es la misma para cada individuo durante su juventud tanto como en su vejez –por ejemplo β tal que $1>\beta>0$–, que resultará ser la elasticidad consumo de la utilidad de cada periodo en [1], la expresión [4] será equivalente a:

$$\left(\frac{q_{c1t}}{q_{c2t+1}}\right)^{1-\beta} = \frac{1+r_{t+1}}{1+\theta} \qquad [5]$$

Las funciones consumo y ahorro se muestran así, respectivamente:

$$q_{c1t} = \frac{(1+\theta)^{\frac{1}{1-\beta}}}{(1+r_{t+1})^{\frac{\beta}{1-\beta}}} A_t + \left(\frac{1+\theta}{1+r_{t+1}}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} \rho_k \Pi_{t+1} \qquad [6]$$

$$A_t = \left[\frac{(1+\theta)^{\frac{1}{1-\beta}}}{(1+r_{t+1})^{\frac{\beta}{1-\beta}}} + 1\right]^{-1} \left[w_t T_t + \rho_w \Pi_t - \left(\frac{1+\theta}{1+r_{t+1}}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} \rho_k \Pi_{t+1}\right] \qquad [7]$$

En [7] se constata que la función de ahorro tiene la primera derivada positiva en el salario, en los beneficios de los jóvenes y en la tasa de interés, y negativa en los beneficios de los viejos. La segunda derivada es nula respecto del salario y los beneficios, e indefinida respecto a la tasa de interés mientras no se determine con exactitud el valor de β.

Las funciones [6] y [7] permanecerán sin cambio en su estructura paramétrica cualquiera sea la función objetivo que decidan maximizar los productores. Los efectos de la maximización de las firmas se percibirán en [6] y [7] a través de los beneficios Π_t y Π_t. Se procederá bajo el supuesto de que el salario y la tasa de interés se determinan según las productividades marginales del trabajo y del capital, acogiendo de esta manera en el sistema el vector de precios que corresponde a un sistema en el que los productores maximizan el volumen de beneficios.

2.2 Cálculo de los productores según la teoría neoclásica

Estos agentes, según el enfoque tradicional, maximizan la función de beneficios totales, sujetos a una función de producción que, emulando a Solow (1965), se supone de rendimientos a escala constantes, y decrecientes a factor, con el fin de representar el largo plazo en la nulidad de los beneficios. Ese supuesto, tan generalmente invocado en los modelos dinámicos, representa sin duda una importante simplificación, pero debilita de manera importante los resultados. En primer lugar, trata de exhibir una situación en la cual el número de empresas ha llegado a su máximo, y la nulidad de los beneficios implica que ya no hay razón para que más firmas se sientan atraídas por el sistema; por tanto, para anular técnicamente los beneficios, el recurso empleado es el supuesto de rendimientos constantes. En segundo término, de esa manera se señala una concepción del largo plazo en la cual el número de firmas es un número positivo finito y su tamaño es no nulo; así se pone límite al problema de indeterminación del número y tamaño de empresas en el largo plazo, propio de la teoría neoclásica. Se tiene entonces que el supuesto de rendimientos constantes a escala elimina un problema no resuelto por la teoría neoclásica: la determinación del número de empresas con tamaño positivo y lo suficientemente numerosas como para determinar un ambiente competitivo, pero con empresas que en lo individual proceden con rendimientos a escala decrecientes, puesto que son los únicos que permiten explicar su deseo de producir a través de la garantía de beneficios positivos. Ante tal problema, el uso del supuesto de rendimientos a escala constantes se ha convertido en un recurso que elimina por completo la indeterminación, y con él los problemas inherentes a la distribución del ingreso y los derechos de propiedad. Sin embargo, en descargo de la teoría tradicional, los resultados de generaciones traslapadas que se logran bajo rendimientos a escala constantes se confirman plenamente bajo rendimientos a escala decrecientes y, además, enriquecen las conclusiones, de manera que aquí se procederá bajo esta última condición.

Se propondrá una función de producción con costos de instalación medidos en trabajo, con el fin de resolver la indeterminación de largo plazo y, además, permitir así que se pueda maximizar por igual la tasa que la masa de ganancias. De esa manera será posible que los productores comparen sus resultados en uno y otro caso.

Por tanto, el cálculo para el agregado de estos agentes en la perspectiva tradicional estará dado por:[7]

$$Máx\ \Pi_t = q_{\Pi t} - w_t T_t - r_t K_{t\Pi} \qquad [8]$$

S.a

$$q_{\Pi t} = s_\Pi (T_t - T_t^*)^\gamma K_{t\Pi}^\alpha \qquad [9]$$

$$\gamma, \alpha \in \Re^+;\ 1 > \alpha + \gamma > 0$$

El parámetro s_Π representa el número de unidades productivas en el sistema donde los productores maximizan la masa de beneficios.

Las condiciones de primer orden son:

$$\gamma s_\Pi (T_t - T_t^*)^{\gamma-1} K_{t\Pi}^\alpha = w_t \qquad [10]$$

$$\alpha s_\Pi (T_t - T_t^*)^\gamma K_{t\Pi}^{\alpha-1} = r_t \qquad [11]$$

2.3 Cálculo de los productores según la TIMT

En el marco de la teoría de la inexistencia del mercado de trabajo los productores maximizan la tasa de beneficios, cuya expresión para este escenario analítico es:

$$Máx\ (1+\pi_t) = \frac{q_{\pi t}}{w_t T_t + r_t K_{t\pi}} \qquad [12]$$

S.a

$$q_{\pi t} = s_\pi (T_t - T_t^*)^\gamma K_{t\pi}^\alpha \qquad [13]$$

$$\gamma, \alpha \in \Re^+;\ 1 > \alpha + \gamma > 0$$

[7] En adelante se hará la distinción entre producto o capital propio del sistema en el que se maximiza la masa de beneficios, a aquel propio del sistema en el que se maximiza la tasa de ganancias. La distinción se hará mediante el subíndice respectivo.

La función de producción es idéntica para uno y otro caso. Las condiciones de primer orden que resultan de la maximización de la tasa de beneficios, son:

$$\gamma s_\pi (T_t - T_t^*)^{\gamma-1} K_{\pi t}^\alpha = w_t \frac{s_\pi (T_t - T_t^*)^\gamma K_{\pi t}^\alpha}{w_t T_t + r_t K_{\pi t}} \qquad [14]$$

$$\alpha s_\pi (T_t - T_t^*)^\gamma K_{\pi t}^{\alpha-1} = r_t \frac{s_\pi (T_t - T_t^*)^\gamma K_{\pi t}^\alpha}{w_t T_t + r_t K_{\pi t}} \qquad [15]$$

El parámetro s_π representa el número de unidades productivas que conforman el sistema en el que las empresas maximizan la tasa de beneficios. En este caso, debido a que el numerador de cada una de estas expresiones es superior al denominador, las condiciones de equilibrio muestran:

$$f'_{T\pi} > w_t \quad \text{y} \quad f'_{K\pi} > r_t, \qquad [16]$$

es decir, que la productividad marginal de cada factor supera a su precio; lo que no sucede en la teoría neoclásica, en donde la productividad marginal de cada factor iguala necesariamente a su precio, en el punto de la función de producción en el que el productor decide situarse. Esto último se representará así:

$$f'_{T\Pi} = w_t \quad \text{y} \quad f'_{K\Pi} = r_t \qquad [17]$$

2.4 Aplicación del teorema

Para comparar los resultados de ambos sistemas, se parte de dos condiciones fundamentales: la primera, que los precios competitivos de la maximización neoclásica serán los vigentes en ambos sistemas; la segunda, que en ambos el nivel de empleo será pleno y por tanto el mismo, y el nivel de capital empleado en el momento de la comparación será también el mismo. Así, cualesquiera diferencias en los niveles de producto provendrán necesariamente de la capacidad superior de uno de los dos sistemas para producir, como resultado de una asignación más eficiente que la del otro en el número de unidades productivas entre las cuales se asignaron los recursos. Es decir, se admitirán diferencias en los parámetros que representan el número de unidades productivas en cada

NÚM. 125, ENERO-FEBRERO DE 2003, PP. 2-17.

una de las funciones de producción, como explicación de diferencias en los niveles de producción en el periodo de comparación.

El primer paso para la comparación será el análisis de las posibilidades financieras de ambos sistemas; el segundo, la comparación de los niveles de capital, producto y beneficios; tercero y último, la evaluación del bienestar intertemporal de los consumidores.

2.4.1 Posibilidades de financiamiento

En seguida se comparan las ecuaciones de ingreso-gasto de los dos sistemas:

$$q_{\pi t} = (1+\pi_t)(w_t T_t + r_t K_{\pi t}) \qquad [18]$$

$$q_{\Pi t} = \Pi_{\Pi t} + w_t T_t + r_t K_{\Pi t} \qquad [19]$$

Estas ecuaciones se refieren al producto total expresado en el miembro derecho por su asignación a las ganancias y a la remuneración de los factores, según las especificaciones de cada caso.

Igualando ambas ecuaciones se tiene que la magnitud de capital que satisface al sistema de ecuaciones está dada por:

$$K_t = \frac{\Pi_{\Pi t}}{\pi_t r_t} - \frac{w_t}{r_t} T_t \qquad [20]$$

Así también, la cantidad de producto que iguala a ambas es:

$$q_t = \Pi_{\Pi t} + \frac{\Pi_{\Pi t}}{\pi_t} \qquad [21]$$

Sea ε un número real positivo tan pequeño como se quiera; entonces, dejando constante la cantidad de trabajo y los precios, y sumando ese número al capital en [20], para remplazar luego el resultado en [18] y [19], deriva en que:

$$q_{\pi t} = \Pi_{\Pi t} + \frac{\Pi_{\Pi t}}{\pi_t} + (1+\pi_t)\varepsilon \qquad [22]$$

y

$$q_{\Pi t} = \Pi_{\Pi t} + \frac{\Pi_{\Pi t}}{\pi_t} + \varepsilon \qquad [23]$$

Esto implica que:

$$q_{\pi t} > q_{\Pi t} \qquad [24]$$

Es decir que existe, en el sistema donde se maximiza la tasa de ganancia, la posibilidad de financiar niveles superiores de consumo para los viejos y jóvenes del periodo actual, y mayor ahorro para los jóvenes, respecto al sistema donde se maximiza el volumen de beneficios. Esto equivale al ***lema 1*** del *teorema de superioridad*. Hay niveles de consumo y ahorro superiores y posibles en el sistema donde se maximiza la tasa de ganancia, que se realizarán si el nivel de acumulación resulta ser también superior al del sistema en el que se maximiza la masa de beneficios.

2.4.2 Capital, producto y beneficios

Por el teorema de Euler, y admitiendo la posibilidad de que los costos de instalación sean tan pequeños que tiendan a cero, se verificará que:

$$f'_{w\pi} T_t + f'_{k\pi} K_t = q_{\pi t}(\gamma + \alpha) \qquad [25]$$

y

$$f'_{w\Pi} T_t + f'_{k\Pi} K_t = q_{\Pi t}(\gamma + \alpha) \qquad [26]$$

con $$q_{\pi t} > q_{\Pi t} \qquad [27]$$

pese a que ambas economías utilizan el mismo nivel de los factores capital y trabajo, debido a [16] y [17]. O sea que se produce más en la economía maximizadora de tasa de beneficio, como consecuencia de que en ella el número de unidades productivas es mayor que en el otro sistema. Es decir que tras remplazar en [27] las expresiones [9] y [13] propias de las funciones de producción, se arriba a la siguiente desigualdad:

$$s_{\pi} > s_{\Pi} \quad [28]$$

Puesto que la ecuación [25] corresponde a los costos totales que ambas economías cubren, debido a que una y otra admiten el mismo sistema de precios y, por tanto, la condición de remunerar a los factores según su productividad marginal, la masa de beneficios en cada una de ellas estará dada por las siguientes expresiones:

$$\Pi_{\Pi} = (1-\gamma-\alpha)q_{\Pi t} \quad [29]$$

y

$$\Pi_{\pi} > (1-\gamma-\alpha)q_{\pi t} \quad [30]$$

lo que implica:

$$\Pi_{\pi} > \Pi_{\Pi} \quad [31]$$

debido a que tanto los parámetros de la tecnología como los niveles de capital y trabajo empleados son los mismos para ambos casos. La desigualdad [30] se debe a que en [26] el grado de homogeneidad satisface una ecuación en la que las derivadas parciales del producto respecto de los factores cuando se maximiza la tasa de beneficios, son mayores a las inherentes a [25]. Ello implica que uno menos el grado de homogeneidad de un producto mayor será inferior a la masa de ganancias resultante de un producto mayor que el de [29].

Puesto que entonces las ganancias al maximizar la tasa de beneficios estarán dadas por:

$$\Pi_{\pi t} = \pi_t(w_t T_t + r_t K_t) \quad [32]$$

y las ganancias de la maximización de la masa corresponderán a:

$$\Pi_{\Pi t} = q_{\Pi t} - (w_t T_t + r_t K_t) \quad [33]$$

al restar [33] de [32] se obtendrá:

$$\Pi_{\pi t} - \Pi_{\Pi t} = (1+\pi_t)(w_t T_t + r_t K_t) - q_{\Pi t} \quad [34]$$

que es positivo por [27] y confirma [31].

2.4.3 Consumo y utilidad

A partir de la ecuación [7] se tiene:

$$A_{\pi t} = \left[\frac{(1+\theta)^{\frac{1}{1-\beta}}}{(1+r_{t+1})^{\frac{\beta}{1-\beta}}} + 1\right]^{-1} \quad [35]$$

$$\left[w_t T_t + \rho_w \Pi_{\pi t} - \left(\frac{1+\theta}{1+r_{t+1}}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} \rho_k \Pi_{\pi t+1}\right]$$

En consideración de [30] se tiene:

$$A_{\pi t} > A_{\Pi t} \quad [36]$$

Remplazando este resultado en [6], se obtiene:

$$q_{c1\pi t} = \frac{(1+\theta)^{\frac{1}{1-\beta}}}{(1+r_{t+1})^{\frac{\beta}{1-\beta}}} A_{\pi t} + \left(\frac{1+\theta}{1+r_{t+1}}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} \rho_k \Pi_{\pi t+1} \quad [37]$$

que implica:

$$q_{c1\pi t} > q_{c1\Pi t} \quad [38]$$

Finalmente, puesto que el consumo de los viejos de hoy está dado por:

$$q_{c2\pi t} = (1+r_t)K_{\pi t} + \rho_k \Pi_{\pi t}, \quad [39]$$

que es evidentemente mayor bajo maximización de tasa de ganancia debido a la superioridad del capital y de los beneficios, y siendo que, por definición:

$$A_{\pi t} = K_{\pi t+1}, \quad [40]$$

resulta que el consumo futuro de los jóvenes de hoy es también superior al que se esperaría de un sistema maximizador de masa de beneficios.

Por [40], [37], [36] y [35], se demuestra entonces:

$$u(q_{c1\pi t}) + (1+\theta)^{-1} u(q_{c2\pi t+1}) > \\ u(q_{c1\Pi t}) + (1+\theta)^{-1} u(q_{c2\Pi t+1}) \quad [41]$$

Esto significa que el *teorema de superioridad* hace evidente que la maximización de la masa de ganancias implica ineficiencia dinámica del sistema en generaciones traslapadas. Si se maximizara la tasa de ganancia, en cambio, se alcanzaría resultados eficientes en la producción, consumo y acumulación a través del ahorro. Se alcanzaría una situación superior en el sentido de Pareto a la que se sostendría con el cálculo tradicional de los productores.

2.4.4 Polarización y colapso

Como se constata en la ecuación [35], ante reducciones en la tasa de participación de los jóvenes en las ganancias o ante disminución en los salarios, el consumo futuro disminuirá a la misma tasa a la que baje la acumulación de capital:

$$A_{\pi t} = \left[\frac{(1+\theta)^{\frac{1}{1-\beta}}}{(1+r_{t+1})^{\frac{\beta}{1-\beta}}} + 1 \right]^{-1} \left[w_t T_t + \rho_w \Pi_{\pi t} - \left(\frac{1+\theta}{1+r_{t+1}} \right)^{\frac{1}{1-\beta}} \rho_k \Pi_{\pi t+1} \right] \quad [35]$$

De ello se desprende que –siendo los salarios una variable distributiva, al igual que la tasa de participación en los beneficios– su expansión será dinamizadora de la acumulación y de los niveles de bienestar.

3. Conclusiones e implicaciones macroeconómicas

Se ha demostrado que maximizar la masa de beneficios trae consigo resultados inferiores en el sentido de Pareto, a los que serían posibles bajo maximización de la tasa de ganancia. La demostración no ha requerido condiciones especiales que pudieran haberla determinado; de hecho, incluso en ausencia total de costos de instalación, estos resultados hubiesen sido posibles sólo con el recurso de una función de producción no homogénea, que hubiese permitido paramétricamente la maxi-mización de cualquiera de las funciones objetivo, con magnitudes positivas de factores y producto.

Con el resultado alcanzado se pone en evidencia la pertinencia y solidez del *teorema de superioridad*, recurso analítico fundamental de la teoría de la inexistencia del mercado de trabajo para situarse comparativamente en el estado actual de la teoría económica. Se sabe ahora que sus resultados son generalizables a modelos de análisis intertemporal discreto, de manera coherente.

Las implicaciones analíticas de la aplicación del teorema son fuertes: en primer lugar, se evidencia la insuficiencia dinámica del modelo neoclásico como consecuencia de su teoría del productor. La acumulación de capital y el consumo intertemporal son subóptimos de Pareto en su propio cuadro lógico. En segundo término, la sustitución del productor ineficiente por uno eficiente aporta resultados distintos pero coherentes y superiores en el sentido de Pareto a los de la teoría tradicional; sin embargo, las implicaciones en la comprensión del funcionamiento de una economía de mercado difieren de manera importante de las acostumbradas; ahora el mercado de trabajo no existe, el salario no es un precio sino una variable distributiva, y los salarios no guardan ninguna relación regular y estable con la productividad del trabajo en competencia perfecta. Pese a los rendimientos decrecientes, la tasa de ganancia puede ser cero y con ella la masa de beneficios; el largo plazo puede ser representado igualmente como situación de beneficios nulos o proceso de decrecimiento de la tasa de ganancia.

Lo cierto es, hasta donde se alcanza a ver a través de los resultados aquí presentados, que ya no es posible trabajar los modelos neoclásicos de generaciones traslapadas ni asumir sus implicaciones de política económica sin tener en cuenta la ineficiencia dinámica a la que están sujetos.

En el plano de las implicaciones de política económica, la principal, desprendida de la demostración de teorema, es que la distribución progresiva de las ganancias y el no decrecimiento del salario son condiciones *sine qua non* para el crecimiento acelerado del capital y del consumo. Falta conocer las condiciones de existencia del equilibrio estacionario, las condiciones de estabilidad del mismo, y la dinámica del empleo.

Bibliografía

- Allais, M. [1947], *Economie et interet*, Imprimerie Nationale, Francia.
- Blanchard, O. y Stanley F. [1989], *Lectures on macroeconomics,* MIT Press, USA.
- Diamond, P. [1965], "National debt in a neoclassical growth model", *American Economic Review* 55 (5), USA.
- Hicks, J. [1946], *Value and capital*, Oxford, Clarendon Press (en español, FCE, 1976, México).
- Hotelling, H. [1932], "Edgeworths taxation paradox and the nature of demand and supply function", en *Political Economy*, 40.
- Noriega, F. [2001], *Macroeconomía para el desarrollo. Teoría de la inexistencia del mercado de trabajo*, McGraw-Hill Interamericana y UNAM, México, 2001.
- _________ [1998], "Generalización de una teoría particular del productor: Error de la tradición neoclásica. Reflexiones adicionales y respuesta a un comentario crítico", *Investigación Económica*, 224.
- _________ [1994], *Teoría del desempleo, la distribución y la pobreza*, México, Editorial Ariel, Ariel Economía.
- Mcandless Jr. G. y N. Wallace [1991], *Introduction to dynamic macroeconomic theory. An overlapping generations approach,* Harvard University Press, USA.
- Romer, D. [1996], *Advanced macroeconomics*, McGraw-Hill Editors, USA.
- Samuelson, P. [1947], *Foundations of economic analysis*, Cambridge Mass., Harvard University Press, USA.
- _________ [1958], "An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money", *Journal of Political Economy* 66, USA.