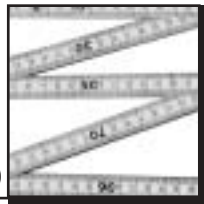


PARA SEGUIR APRENDIENDO

material para el alumno

egb3

Matemática

Equidad
Programa de Acciones Compensatorias en Educación
PACE

Unidad de Recursos Didácticos
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN BÁSICA

MINISTERIO de EDUCACIÓN
PRESIDENCIA de la NACIÓN

Ministro de Educación
Lic. Andrés Delich
Subsecretario de Educación
Lic. Gustavo Iaies

Unidad de Recursos Didácticos
Coordinación: Silvia Gojman

Equipo de Producción Pedagógica
Coordinación: Raquel Gurevich
Lectura crítica: Graciela Chemello
Autoras: Patricia Cademartori
Verónica Grimaldi
Valeria Machiunas

Equipo de Producción Editorial
Coordinación: Priscila Schmied
Edición: Cecilia Pisos
Edición de ilustraciones: Gustavo Damiani
Ilustraciones: Daniel Rezza
Diseño: Constanza Santamaría

PARA SEGUIR APRENDIENDO

material para alumnos

Para seguir aprendiendo. Material para alumnos es una colección destinada a todos los niveles de escolaridad, integrada por propuestas de actividades correspondientes a las áreas de Lengua, Matemática, Ciencias Sociales y Ciencias Naturales.

Las actividades que se presentan han sido especialmente diseñadas por equipos de especialistas, con el objetivo de que los docentes puedan disponer de un conjunto variado y actualizado de consignas de trabajo, ejercicios, experiencias, problemas, textos para trabajar en el aula, y puedan seleccionar aquellos que les resulten más apropiados según su programación y su grupo de alumnos. Desde la colección, se proponen situaciones contextualizadas a través de las cuales se busca que los alumnos tengan oportunidad de analizar y procesar información, de formular hipótesis, de discutir y reflexionar y de justificar sus opiniones y decisiones. La intención es contribuir, de este modo, a que los alumnos se apropien de contenidos nodales y específicos de las distintas áreas.

Esperamos que *Para seguir aprendiendo* se convierta en una herramienta de utilidad para el trabajo docente cotidiano y que resulte un aporte concreto para que los alumnos disfruten de valiosas experiencias de aprendizaje.

Unidad de Recursos Didácticos

© Ministerio de Educación. Subsecretaría de Educación Básica. Unidad de Recursos Didácticos. Pizzurno 935. Ciudad de Buenos Aires.
Hecho el depósito que establece la ley 11.723. Libro de edición argentina. Impreso en Formacolor Impresores S.R.L., Buenos Aires, Argentina. Mayo de 2001. Primera edición. ISBN 950-00-0450-X

Índice de actividades

1. Los cálculos de Delfina 2
2. De fichas, palacios y otros problemas 4
3. Las aventuras de Muni 6
4. Cuando contar no alcanza 8
5. Mejoramos la escuela 10
6. Gráficos de distintos tipos 12
7. En el valle de las momias 14
8. Hay que adaptarse a los cambios 16
9. Lo mismo, pero diferente 18
10. Un problema de piletas 20
11. Leco & Busier, Arquitectos 22
12. Pilas de cubos 24
13. El promedio del trimestre 26
14. De cómo nos volvimos irracionales 28
15. Un vestido para Julieta y otros problemas 30
16. Cuando de ampliar y reducir se trata 32
17. El terreno de los hermanos Warner 34
18. Las cajas de Juan 36
19. Las cosas en perspectiva 38
20. La simetría entre los diamantes 40
21. Calcular probabilidades 42
22. El cambio en algunos fenómenos físicos y químicos 44

Los cálculos de Delfina

ACTIVIDAD 1

Delfina y Martín resuelven el siguiente problema: mediante una sola operación aritmética obtienen 6 a partir de 2. (Recuerden: las operaciones aritméticas son la suma, la resta, la división y la multiplicación).

Delfina dice que hay sólo dos maneras de hacerlo: sumando o multiplicando. Pero Martín no opina lo mismo: él ha resuelto el problema dividiendo.

Delfina: —¡No puede ser! Si a 2 lo divido por un número, el resultado no puede ser más grande que 2.

Sin embargo, Martín no se equivoca.

a. ¿En qué número pensó Martín para resolver el problema dividiendo?

b. Cuando conoció la solución de Martín, a Delfina se le ocurrió otro desafío: "transformar el número 20 en 15 multiplicando". ¿Cómo resolverían el desafío de Delfina?

c. Ahora la profesora sugiere hacer la siguiente división: 3 dividido 5/4. Antes de hacer la cuenta Delfina piensa: "como al 3 lo divido por una fracción, el resultado tiene que ser mayor que 3".

¿Qué resultado obtuvo Delfina cuando hizo la cuenta? ¿Coincide el resultado con su predicción? ¿Por qué?

Para reflexionar

Delfina está sorprendida: con números naturales la estrategia de multiplicar para agrandar y de dividir para achicar siempre resulta acertada. Pero, ahora que conoce nuevos números, observa que no es tan sencillo generalizar.

Fíjense que, para resolver el primer problema, pensando en los números racionales Martín pudo agrandar un número dividiendo. También tuvo que pensar en los números racionales para achicar un número multiplicando.

Pero no nos apresuremos, con los números racionales también es posible achicar un número dividiendo y agrandar un número multiplicando.

En cada caso, ¿a qué debemos prestar atención?

ACTIVIDAD 2

En el curso se organiza una competencia. Se trata de responder a una serie de cuestiones. Martín empieza respondiendo tan rápido que no deja que los demás participen. Delfina, molesta por no poder jugar, analiza la estrategia de Martín; cuando se da cuenta de cómo lo hace, ella también empieza a contestar con rapidez, y ambos chicos son los ganadores de la competencia.

Las siguientes son algunas de las cuestiones que respondieron acertadamente los chicos.

- ¿Se puede agrandar un cuadrado de lado 3 cm, multiplicando 3 por 7/6?
- ¿Se puede achicar un segmento que mide 27 cm, dividiendo 27 por 13/14?
- Si se divide 5 por 0,3, ¿el resultado es un número mayor que 5?
- ¿0,3 x 0,3 = 0,9?
- Si se divide 3/4 por 1/2, ¿el resultado es menor que 3/4?

a. ¿Qué contestaron Delfina y Martín en cada caso?

b. ¿Cómo hicieron para aventajar a todos los demás?

ACTIVIDAD 3

La mamá de Delfina está hablando por teléfono con el albañil; ha decidido embaldosar el patio.

Albañil: —Hoy a la tarde voy a ir a comprar las baldosas. ¿Cuántos m^2 debo comprar?

Mamá de Delfina: —Ay, no sé... sólo sé que el patio mide 4,21 m por 5,33 m. Espere que hago la cuenta...

Delfina, que había seguido estudiando los números racionales con atención, exclama: -¡Ya sé! Te va a dar un número más grande que 20 pero más chico que 24.

La mamá de Delfina termina de hacer la cuenta justo cuando su hija dice esto, y la mira asombrada: ella tiene razón. ¿Cómo hizo Delfina para darse cuenta?

ACTIVIDAD 4

Mateo, el hermanito de Delfina, está resolviendo la tarea de Matemática.

a. Divide 21,99 por 3,12 y le muestra su resultado a Delfina para ver si está bien. Ésta se enoja: su hermano se ha equivocado y debería darse cuenta del error, ya que el resultado correcto debe estar cerca de 7,33. ¿Por qué dice Delfina que Mateo debería darse cuenta?

b. Ahora Mateo debe dividir 21,99 por 3,89. Este nuevo resultado, ¿estará tan cerca de 7,33 como el anterior, cuando dividía por 3,12?

ACTIVIDAD DE CIERRE

Les proponemos a continuación unos "trucos" que les permitirán hacer cálculos rápidos. Si los analizan, verán que ustedes mismos pueden inventar muchos más.

- Para multiplicar mentalmente un número por $1\frac{1}{2}$, se le añade al multiplicando su mitad. Por ejemplo: $34 \times 1\frac{1}{2} = 34 + 17$
- Para multiplicar mentalmente un número por $2\frac{1}{2}$, al número duplicado se le añade la mitad del multiplicando. Por ejemplo: $18 \times 2\frac{1}{2} = 36 + 9$
- Para dividir mentalmente un número por 5 se separa con una coma la última cifra del duplo del número. Por ejemplo: $68 : 5 = 136/10 = 13,6$

ACTIVIDAD 1

Se trata de acomodar 28 fichas rojas y negras en 8 cajas. En cada caja debe haber la misma cantidad de fichas, y todas las cajas deben tener igual número de fichas de cada color (es decir, si en la primera caja hay 2 fichas negras, en la segunda también, y así sucesivamente en las demás).

La hermanita de Matías, Martina, propone que si hubiera 14 fichas rojas y 14 fichas negras, deberían acomodarse en cada caja 1 roja y 1 negra; pero Matías dice que podría pasar que hubiera 16 fichas negras y 12 rojas, en cuyo caso deberían acomodar 2 fichas negras y 1 roja en cada caja.

a. ¿Les parece que son las únicas maneras de hacerlo? ¿Existen otras? Encuentren todas las que puedan.

b. ¿Cómo explicarían el procedimiento que utilizaron?

c. Si luego de acomodarlas sobraron sólo 4 fichas rojas y ninguna negra, ¿cuántas fichas de cada color hay? ¿Existe una única posibilidad?

d. Ahora hay que acomodar 180 fichas rojas y 50 fichas negras en 24 cajas, y Matías propone ubicar 8 rojas y 2 negras en cada caja. ¿Es posible hacer lo que dice Matías?

e. Joaquín, el hermano mayor, desafía a ambos: ¿qué tendría que pasar para que no sobraran fichas de ningún color?

Para reflexionar

Cuando trataban de ver cómo acomodar las fichas, Matías se dio cuenta de que su hermana tardaba mucho más que él: primero se fijaba si había fichas rojas suficientes como para acomodar una por caja; luego, si le alcanzaban para acomodar otra más en cada caja; y así sucesivamente. Lo mismo hacía con las fichas negras. En el momento de acomodar las otras 230 fichas, la estrategia de la hermana no resultaba muy práctica. Matías, en cambio, pensó una estrategia que le permitía no sólo saber cuántas de cada color entrarían en cada caja, sino también cuántas le sobrarían. ¿Cuál fue la estrategia que pensó Matías?

ACTIVIDAD 2

Se desea repartir el contenido de una bolsa de caramelos en bolsitas más pequeñas que contengan todas la misma cantidad. Se sabe que si se repartieran los caramelos en 21 de estas bolsitas, no sobraría ninguno, y lo mismo ocurriría si se repartieran en 28 bolsitas. ¿Podrían decir cuántos caramelos tiene la bolsa?

ACTIVIDAD 3

El papá de Matías es historiador. Junto con sus colegas, está tratando de reunir información, a través de distintas fuentes, sobre un antiguo palacio destruido hace mucho tiempo. Saben que una de las habitaciones principales tenía un muro largo completamente revestido con paneles de madera de roble, mientras que la pared del fondo, opuesta a la puerta, estaba cubierta con un tapiz fabricado en Francia. En el suelo, había una alfombra especialmente hecha en Persia. En cada caso, conocen

muchos detalles sobre el diseño y los colores, y saben también que la superficie de los paneles, el tapiz y la alfombra eran 143 m^2, 99 m^2, y 117 m^2 cada una. Sin embargo, no pueden encontrar referencia alguna sobre las dimensiones lineales de la habitación. ¿Podrían ayudarlos?

ACTIVIDAD 4

El problema de Josefo es uno de los más famosos y antiguos problemas matemáticos que se conocen. Cuenta la historia de un juego en el que cierta cantidad de personas debían irse eliminando sucesivamente. Algún personaje ingenioso, con conocimientos de matemática, siempre se las arreglaba para favorecer a las personas que él deseaba.

Para ello, disponía a todos en un círculo, elegía un número y especificaba desde qué persona iban a empezar a contar. Las personas iban contando hasta llegar al número elegido, la que lo decía debía salir del círculo y otra vez volvían a empezar.

En el colegio de Martina se va a elegir un delegado de EGB3 para realizar un viaje. Martina recordó el problema de Josefo que alguna vez le contara su papá y se dispuso a utilizarlo para salir ganadora. Para hacer esta elección propuso enumerar a los 91 alumnos dispuestos en un círculo e ir eliminando a uno cada 7 alumnos. El décimocuarto alumno eliminado sería el delegado. ¿En qué lugar piensan que se ubicó Martina para poder realizar el viaje?

ACTIVIDAD DE CIERRE

Les proponemos ahora un truco matemático con el que pueden sorprender a sus amigos: "El misterio de las mil y una noches".

Le pedimos a alguien que piense un número cualquiera de tres cifras, ABC. Le pedimos que repita el número, lo que produce el número ABCABC, y que introduzca el correspondiente número de seis cifras en la calculadora. Durante estas operaciones, permanecemos de espaldas, para no ver lo que hace nuestro voluntario.

"Empiezo a captar vibraciones –decimos– que me dicen que su número es exactamente divisible por el número nefasto, el 13. Por favor, divídalo por 13 y dígame si estoy en lo cierto."

El voluntario hace la división, y ¡qué duda cabe!, el resto es cero.

"Es extraño, pero mis poderes de clarividencia me dicen que el número que ahora muestra la pantalla es exactamente divisible por un número de buena suerte, el 11", agregamos. Se efectúa la división. Volvemos a tener razón.

"Tengo ahora la fuerte impresión –continuamos– de que el número de la pantalla es divisible por el número de más suerte, el 7." Así resulta, en efecto.

Pidámosle a nuestro compañero que se fije bien en la pantalla. El número que muestra es ABC, el que había pensado inicialmente.

Ahora, como buenos magos, deberían poder reconocer cuál es el "truco".

ACTIVIDAD 1

La familia de Federico planea sus vacaciones. Él observa cómo sus padres hacen cuentas, consultan precios, calculan cuántos días pueden irse de vacaciones.

A Federico, sus abuelos le regalaron plata, que guardó para sus vacaciones. Como siempre ha sido un chico muy organizado, considera que va a gastar cada día la misma cantidad de dinero, pero todavía no sabe cuántos días van a ir.

En la tabla que les presentamos a continuación, se ven algunos de los cálculos que hizo Federico considerando distintas posibilidades:

Cantidad de días	10	5	6	20	16
Dinero disponible	4	8	2	10	2,5

a. ¿Podrían decir con estos datos cuánto dinero le regalaron?

b. ¿Observan regularidades? ¿Cuáles?

c. ¿Podrían completar la tabla con otros valores?

Jorge, el papá de Federico, organiza las cosas de manera tal que su familia gaste lo mismo todos los días e hizo sus propias cuentas.

En la siguiente tabla les presentamos algunas de las cuentas que realizó Jorge:

Cantidad de días	5	7	14	10	12
Dinero necesario	300	420	600	360	720

a. ¿Podrían decir cuánto piensa gastar por día?

b. ¿Observan regularidades? ¿Cuáles?

c. ¿Pueden completar la tabla con otros valores?

d. Además de los días que cada uno está considerando para sus vacaciones, ¿observan similitudes entre ambas tablas? ¿Observan diferencias?

Para reflexionar

Eugenia y Mauro resolvieron la actividad y discutieron sobre las regularidades que observaron en cada problema.

En la primera tabla les fue sencillo ponerse de acuerdo, y no tardaron en concluir que se trataba de una proporcionalidad inversa. Expliquen qué quiere decir esto y a qué se llama "constante de proporcionalidad".

En la segunda, tardaron un poco más. Mauro observaba una regularidad: que, si Jorge se quedaba el doble de tiempo, gastaba el doble de dinero. Eugenia observaba otra, sumando los valores de 5 y 7, y Ana, otra compañera, hablaba de una constante de proporcionalidad. ¿A qué se refería Eugenia?

Las regularidades que observaron con tus compañeros, ¿se parecen a la de Mauro, a la de Eugenia o a la de Ana? ¿Por qué?

ACTIVIDAD 2

Federico lee muy interesado un libro donde se cuentan las aventuras de Muni, su héroe favorito, en una galaxia lejana.
Muni llevaba en su nave una pareja de animales de cada especie.
Cuando dejó que un conejo y una coneja vagaran libremente por su nave, no pensó que iba a tener tantos problemas.

Pasado el primer mes, los conejos ya eran 4. Esto no alarmó a Muni: aunque el viaje durara 12 meses, a lo sumo los conejos serían 24.

Durante los meses siguientes, Muni observó que los conejos empezaban a procrear a los 2 meses de su nacimiento, engendrando siempre un par macho-hembra, y a partir de ese momento cada uno de los meses siguientes un par más de iguales características. Notó también que todos los conejitos sobrevivían.

a. ¿Podrían calcular de alguna manera la cantidad de conejos en la nave durante los primeros 6 meses?

b. ¿Cómo razonó Muni para decir que a los 12 meses habría como máximo 24 conejos? ¿Tenía razón? ¿Existe algún tipo de proporcionalidad entre la cantidad de conejos y el tiempo transcurrido?

ACTIVIDAD 3

En el capítulo II del libro que está leyendo Federico, Muni visitaba X-Terra, un planeta muy extraño: cada ciudad tenía la misma cantidad de habitantes. Al final del libro, Federico lee más datos sobre la población en este extraño planeta. Los datos están ordenados en una tabla como ésta:

Ciudades	Densidad (hab./km^2)	Área (km^2)
X-T22	2000	500
X-T31	2500	40
X-T32	4000	25
X-T55	5000	200
X-T57	800	125

Federico duda, ¿cuántos son los habitantes en cada ciudad?

La mamá le dice que no es necesario que en la tabla figure ese dato, ya que le dan la densidad de población y la superficie de cada ciudad. Con esos datos, él mismo puede calcularlo. Federico sigue sin entender, ¿qué es la densidad de población? Su mamá le explica que la densidad de población es un valor que da idea sobre la cantidad de personas que viven en una determinada superficie. Así se sabe cómo se distribuyen en el espacio.

Se puede calcular, dividiendo la cantidad de habitantes de cada ciudad por la medida de su superficie: número de habitantes/área = densidad de población.

a. Federico pudo, entonces, calcular sin problemas la cantidad de habitantes de cada ciudad de X-Terra. ¿Cómo hizo?

b. ¿Es cierto que cuanto mayor es la superficie de cada ciudad de X-Terra, mayor es su densidad de población?

c. ¿Hay proporcionalidad entre área y densidad? ¿De qué tipo?

ACTIVIDAD DE CIERRE

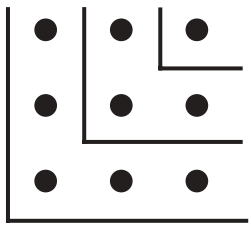
Muni deja en X-Terra algunos conejos y, antes de seguir su camino hacia Y-Terra, compra alimento para los conejos que siguen viajando con él.

En el cartel de un negocio lee: "¡Oferta! $$4 el kg de alimento, $$22 los 6 kg de alimento." (Aclaración: $$ es la moneda del planeta X-Terra).

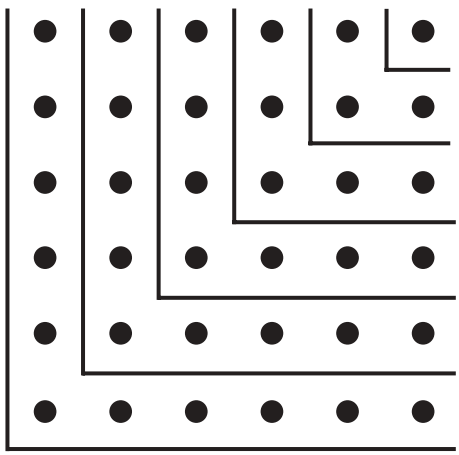
¿Es verdaderamente una oferta? ¿Cuánto le costarán los 37 kg de alimento que necesitan sus conejos?

ACTIVIDAD 1

Este primer diagrama muestra un cuadrado formado por nueve puntos. En él, marcamos tres "L". Así, la región entre la segunda y la tercera L contiene 5 puntos y la cantidad total de puntos encerrados por la tercera L es 9.



Supongamos que ahora tenemos un cuadrado más grande.



a. ¿Cuál es la cantidad de puntos entre la tercera y la cuarta L? ¿Y entre la cuarta y la quinta? ¿Y entre la quinta y la sexta?

En estos números que están encontrando, ¿observan alguna particularidad?

Verifiquen si esta particularidad también se cumple para los puntos encerrados entre las otras L.

b. ¿Cuál es la cantidad total de puntos que encierra la cuarta L? ¿Y la quinta? ¿Y la sexta?

En estos números que están encontrando, ¿observan alguna particularidad? Verifiquen si esta particularidad también se cumple para los puntos encerrados por las otras L.

c. Si tuvieran un cuadrado más grande, ¿podrían saber sin dibujar la cantidad de puntos que habría entre la L número 20 y la 21? ¿Y la cantidad total de puntos encerrados por la L número 21?

Las conclusiones a las que arribaron anteriormente con los cuadrados más chicos pueden ayudarlos a contestar esta cuestión. Organicen su información.

d. ¿Podrían escribir la fórmula que permita calcular la cantidad de puntos encerrada por una L cualquiera? Para resolver esta cuestión, podrían no alcanzarles los casos que han analizado hasta ahora. Tomen más casos particulares, todos los que consideren necesarios.

Para reflexionar

Cuando tenemos pocos puntos, el problema es fácil de solucionar. Alcanza con graficar y contar. Pero cuando la cantidad de puntos aumenta, este método es poco práctico. Después de todo, ¿se imaginan la cantidad de puntos que deberíamos contar si quisiéramos saber cuántos encierra la L número 97?

Al principio contamos, analizamos si existen regularidades, predecimos lo que pasará en casos particulares, verificamos nuestras predicciones. Algo muy útil es tomar muchos casos particulares, porque así obtenemos mucha información. Otra herramienta importante es reorganizar la información que se ha obtenido.

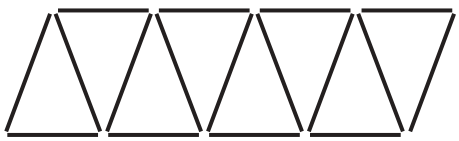
Encontrar una ley general para resolver el problema, nos permite encontrar resultados sin necesidad de repetir el proceso.

Sin embargo, debemos tener mucho cuidado y no apresurarnos: después de todo alguien podría asegurar que si 3 es primo, 5 es primo, 7 es primo, 9 entonces es primo. Que unos pocos casos satisfagan una regularidad no alcanza para afirmar que allí existe una ley.

Ahora bien, si observamos una regularidad, podemos proponer una fórmula. Pero, ¿cómo hacemos para asegurarnos de que ésta no falla en algún momento?

ACTIVIDAD 2

Observen la siguiente serie de figuras:



a. ¿Cuántos palitos se necesitan para construir cuatro triángulos? ¿Y cinco? ¿Y diez?

b. ¿Cómo harían para saber cuántos palitos se necesitan para construir 100 triángulos? Traten de escribir una fórmula que les permita calcularlo.

c. ¿Podría pasar que se necesitaran 82 palitos para construir 40 triángulos?

d. ¿Podría pasar que se necesitaran 91 palitos para construir 45 triángulos?

ACTIVIDAD 3

En la siguiente fila de números se han borrado algunos.

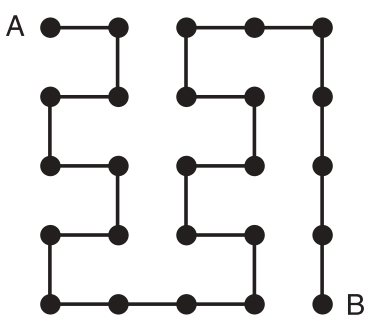
1, 4, 7, 10, 13, ..., 19 ....., ..., 28, 31, ..., ..., 40

a. ¿Podrían encontrar los que faltan?

b. Si quisiéramos continuar la lista, ¿podrían encontrar una fórmula general que les permita saber qué número va a estar en una posición determinada?

ACTIVIDAD DE CIERRE

La figura muestra un tablero cuadriculado de tamaño 5x5, con un camino que va de esquina a esquina, desde A hasta B y que "visita" una, y sólo una vez cada nudo de la cuadrícula. Estudien qué otros recorridos del mismo tipo pueden encontrar. ¿Qué podrían decir de las longitudes de estos caminos? ¿Pueden encontrar una ley general para la longitud de los caminos? Generalicen sus resultados para tableros de cualquier tamaño.



ACTIVIDAD 1

Les proponemos estimar un presupuesto para pintar las paredes del aula.

Formen un equipo de trabajo con uno o dos compañeros, para repartirse la tarea y pensar entre todos. Al final, comparen los resultados con los de otros grupos.

Tendrán que preguntarle al ferretero qué datos son necesarios para saber cuánta pintura comprar, y luego tomar las medidas en el aula, para averiguar los valores del material a utilizar. Tengan en cuenta que:

- Para pintar las paredes, se pueden usar varios tipos de pintura.
- Si usan cal, tendrán que agregar un "fijador", que se vende por separado.
- Si usan pintura al agua o esmalte sintético, pueden decidir darle color. En ese caso, tienen que comprar además unos tubitos de colorante que se mezclan con la pintura blanca. (En el pomo o la lata de pintura blanca dice la cantidad de colorante que hay que diluir, por ejemplo, puede decir que se usa "hasta un máximo de 7,5 cm^3 por litro"; el máximo es para obtener un color intenso).
- A veces se pinta una franja de color más oscuro, hasta 1,20 metros de altura, con pintura lavable, para poder limpiar la pared si se mancha; en ese caso hay que preparar todo el color necesario de una vez, porque es difícil que quede el mismo color si se acabó y se vuelve a preparar. Piensen qué datos precisan averiguar para saber cuánta pintura lavable hay que preparar para pintarle esa franja al aula.
- Para saber cuántos litros de pintura son necesarios para las paredes tienen que leer cuál es el "rendimiento" de cada pintura: en la lata dice cuántos m2 se pueden pintar, aproximadamente, con un litro de pintura, dando una sola mano (en muchas latas dice alguna cantidad entre 10 y 16 m^2; depende del material de la pared y de cuánto se diluya la pintura). La mayoría de las veces, se dan dos manos de pintura, la segunda, una vez que se secó la primera. Entonces necesitan calcular la medida de la superficie a pintar, restando las aberturas. Van a necesitar medir la altura del aula.

En realidad, sólo se pueden hacer estimaciones, porque no se venden partes de latas de pintura, distintas personas pintan distinto, y la pintura puede rendir menos o más, recuerden además que:

- Los distintos tamaños de latas tienen distinto precio. Traten de averiguar distintas combinaciones de tamaños, para gastar lo menos posible, y que, además, sobre lo menos posible de pintura, para no ocupar mucho lugar almacenándola.
- Antes de pintar las paredes, hay que limpiarlas, lijarlas... Averigüen qué hay que hacer y qué más precisan comprar para agregarlo al presupuesto.
- Hay que pensar en proteger de la pintura los marcos y los vidrios; para eso se usa papel de diarios sujeto en todo el perímetro con "cinta de enmascarar", que es una cinta adhesiva de papel. No se olviden de calcular cuántos rollos hay que comprar.

Finalmente escriban el presupuesto, detallando todos los gastos.

Para reflexionar

En las cuentas que hicieron, ¿tiene sentido calcular la superficie hasta los cm^2, si consideran el mínimo rendimiento de la lata, o el precio?

¿Cuántos litros tiene la lata más chica? ¿Cuántos metros cuadrados rinde? ¿Cuál es la mínima precisión con que necesitan trabajar?

¿Para calcular los rollos de cinta de enmascarar, cambia la precisión requerida? ¿Por qué?

ACTIVIDAD 2

Para las puertas y los marcos de las ventanas, se usa otro tipo de pintura, que es un poco más cara

ACTIVIDAD 4

Inicialmente, el arquitecto había planeado que la pileta mediría 5 m de largo por 2 m de ancho, y la dibujó en una escala lineal 1:100.

a. ¿Podrían construir ustedes una escala de área para esta pileta?

b. ¿Qué relación observan entre la escala lineal y la escala de área?

c. Los clientes le piden al arquitecto que duplique el área de la pileta. ¿Cómo se modifica el plano de la pileta si usa la misma escala lineal que antes?

ACTIVIDAD DE CIERRE

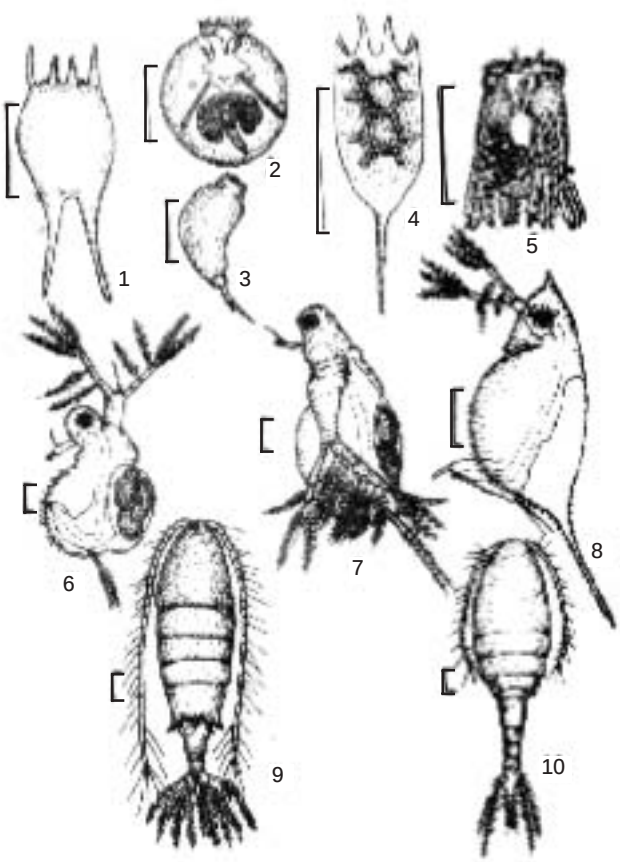
Los siguientes son dibujos de distintas clases de zooplancton de agua dulce. Las líneas que aparecen al lado de cada animal corresponden a una longitud de 100Å en la realidad. (1Å es equivalente a la milésima parte de un milímetro).

a. ¿Qué escala utilizó el dibujante en cada caso?

b. ¿Por qué les parece que utilizó distintas escalas?

c. ¿Cuál de ellos es el más grande en la realidad? ¿Y cuál el más pequeño?

d. Si al lado de todos los animales pusiéramos una línea del mismo tamaño, ¿qué animales se achicarían? ¿Cuáles se agrandarían?



Cuando de ampliar y reducir se trata

ACTIVIDAD 1

Gonzalo es maestro mayor de obras y tiene a su cargo la construcción de una vivienda. Dispone de los planos originales que le ha dado el arquitecto; pero en un momento en que debió ausentarse, decidió fotocopiar la parte del plano que correspondía a la habitación que había que empezar a construir al día siguiente para dársela al encargado de la obra en su ausencia. Cuando le entregó la fotocopia a Pedro, uno de los albañiles, Gonzalo le aclaró que había sido reducida al 50% y que el plano original, por su parte, había sido construido en una escala de 1:50.

Luego de hacer algunos cálculos, Pedro, orgulloso de su nueva responsabilidad, empezó a dirigir la construcción. Después de un día de trabajo, los albañiles notaron que había algo extraño, las dimensiones de la habitación no guardaban relación con las dimensiones del resto de la casa.

a. ¿Qué piensan que ocurrió?

b. ¿Cuáles debieron haber sido los cálculos de Pedro para que la habitación no quedara desproporcionada con respecto al resto de la casa?

Para reflexionar

Mientras los albañiles discutían qué podía haber pasado, Luis le recordó a Pedro que el hecho de que un plano estuviera construido en una escala de 1:50 significaba que 1cm del plano representaba 50 cm de la realidad, y que el hecho de que la fotocopia estuviera reducida un 50% con respecto al plano quería decir que las dimensiones lineales del plano original, en la fotocopia medían la mitad.

Pedro mostró sus cuentas: para construir la habitación usó una escala de 1:25.

Con esa escala, ¿cómo resultaron las dimensiones de la habitación que construyeron respecto de la que hubieran construido con la escala correcta?

ACTIVIDAD 2

Mathilda, hábil espía de un lejano país, deja escondido en el hueco de una montaña un papel en el que reprodujo la conversación que escuchó entre Loretto y Newton.

Cuando sus secuaces logran dar con el documento que contiene vital información, no pueden descifrar lo que ha escrito Mathilda: el papel sólo mide 2 cm de base por 3 cm de altura. Suponen que si lo amplían de manera tal que las dimensiones lineales del papel aumenten 3/4, podrán leer su contenido. Cuando lo amplían, se dan cuenta de que aún es muy dificultoso leer lo escrito, por

lo cual deciden aumentar nuevamente 3/4 las dimensiones lineales de la ampliación. Hecho esto, logran descifrar la información.

a. Dado un rectángulo de 2 cm por 3 cm, ¿podrían reproducir las ampliaciones que hicieron los secuaces de Mathilda?

b. ¿Cuáles fueron las dimensiones lineales luego de cada una de las ampliaciones?

c. ¿Cuál es la proporción entre las dimensiones lineales de la primera ampliación y las dimensiones lineales originales? ¿Y entre las dimensiones lineales de la primera ampliación y la segunda?

d. ¿Es cierto que si se hubiera hecho la ampliación en un solo paso, las dimensiones finales representarían 7/2 de las originales? ¿Por qué?

ACTIVIDAD 3

La cuota que pagaron los socios de un club durante el año 2000 fue de $ 100 mensuales, pero la comisión directiva decidió aumentarla a $ 120. Los directivos de otro club de la zona, cuyos socios también pagaron $ 100 de cuota, decidieron aplicar un aumento, pero en 2 veces. Primero uno del 10%, y a los 3 meses aplicar un aumento del 10% a la cuota que estuvieran pagando los socios en ese momento.

a. Luego de que el segundo club aplicara los 2 aumentos, ¿qué porcentaje aumentó en total la cuota? ¿Cuál es el valor de la cuota después del segundo aumento?

b. Algunos socios dijeron que, finalmente, los dos clubes aumentaron el mismo porcentaje. ¿Están de acuerdo? Expliquen su respuesta.

c. La comisión directiva de un tercer club, cuyos socios ya estaban pagando $ 120, analizó rebajar la cuota a $ 100. Planearon primero rebajarla un 10%, y luego otro 10%. ¿Piensan que la comisión llevó así la cuota a $100, como era su propósito?

ACTIVIDAD DE CIERRE

En un negocio, el precio de un producto aumentó un 15% y luego disminuyó un 15%. ¿Cuándo era más barato, antes del aumento o después de la rebaja? ¿Por qué?

El terreno de los hermanos Warner

ACTIVIDAD 1

Tras una dura campaña en el lejano oeste, el teniente Buchanan decide recompensar a los hermanos Joe y Bill Warner con parte de las tierras expropiadas a los indios. Para ello, les ofrece un terreno cuadrangular de lado igual a lo que su caballo puede recorrer en media hora, o un terreno rectangular de lado norte-sur tan largo como lo que pueda recorrer el caballo de Joe en media hora, y de lado este-oeste tan ancho como lo que pueda recorrer el caballo de Bill en el mismo tiempo. En media hora, el caballo de Joe recorre tanto más que el del teniente como de menos recorre el de Bill.

El caballo del teniente Buchanan recorre 10 km en media hora.

a. ¿Podrían realizar un gráfico de los terrenos que tienen como opción Joe y Bill?

b. ¿Cuál es el área del terreno que queda determinada por lo que recorre el caballo del teniente?

c. ¿Cuál es el área del terreno determinada por lo que recorren los caballos de Joe y Bill? ¿Podrían expresar el área de dos maneras diferentes?

d. ¿Cuál es la opción que les conviene a Joe y Bill para quedarse con el terreno más grande?

Para reflexionar

Mario y Marcelo discuten acerca de qué les conviene hacer a los hermanos para quedarse con un terreno de mayor área. Si bien han leído en el enunciado que deben expresar el área de dos maneras diferentes, ellos sólo encontraron una. Prueban con algunos valores hasta que Mario se da cuenta de que no es necesario buscar una segunda manera. Encontró otra expresión, y a partir de ella es más simple darse cuenta de cuál es la opción más conveniente. ¿Cuál les parece que fue la segunda expresión que encontró?

Mario y Marcelo siguen discutiendo: ¿siempre es posible, dada una expresión, encontrar otra que contenga la misma información?

ACTIVIDAD 2

Joe y Bill eligieron el terreno que quedaba delimitado por el recorrido de sus caballos.

Esa noche, jugando a las cartas con el teniente, ganaron dos terrenos y perdieron otros dos.

Los terrenos ganados por los hermanos son cuadrados y miden de lado la diferencia entre lo que recorrían el caballo de Joe y el del teniente. Los terrenos que perdieron son rectangulares: de frente miden lo mismo que el lado de los terrenos que ganaron, y de fondo, 10 km.

Al día siguiente, el teniente les entregó un terreno cuadrado. ¿Cuánto mide el lado del terreno con el que finalmente parece que se quedaron Joe y Bill?

ACTIVIDAD 3

El Correcaminos y el Coyote disputan su eterna batalla en el terreno de los hermanos Warner.

El Correcaminos se encuentra al pie de un precipicio; desde arriba, lo observa el Coyote. Éste, cansado de perseguirlo, le lanza una roca.

En el preciso instante en que el Coyote deja caer la roca, el Correcaminos se aleja del lugar.

El Coyote, nervioso por la situación, baja por un ascensor que aparece mágicamente en el lugar, pero con tanta mala suerte que, justo en el momento en que sale lo alcanza la roca.

Dentro de los cálculos del Coyote está la expresión: $H = 4{,}9\ t^2$

donde H representa la distancia recorrida por la roca en función del tiempo t. El ascensor se desplaza a una velocidad constante de 49 m/s.

El hecho de que la roca y el Coyote lleguen simultáneamente al pie del precipicio nos permite escribir la siguiente igualdad: $4{,}9\ t^2 = 49\ t$

(Recuerden: 49 t es la distancia recorrida por el ascensor en el tiempo t. El hecho de que hayan recorrido la misma distancia en el mismo tiempo nos permite igualar las expresiones.)

A partir de la igualdad anterior, ¿podrían determinar cuánto mide el precipicio y el tiempo que tardan el Coyote y la roca en llegar al pie del mismo?

ACTIVIDAD DE CIERRE

Supongamos que se tira al aire una moneda dos veces. Las cuatro formas distintas en que puede darse la sucesión de caras (H) y cecas (T) están anotadas en la siguiente tabla:

2 caras	1 cara	0 caras
HH	HT	TT
	TH	
1	2	1

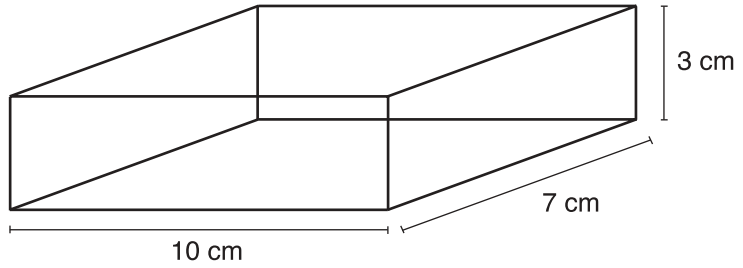
El número de soluciones en cada caso se corresponde con los coeficientes del desarrollo del cuadrado del binomio: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

¿Podrían verificar que el número de soluciones cuando tiran al aire una moneda tres veces corresponde a los coeficientes del desarrollo del cubo de un binomio?

ACTIVIDAD 1

Juan tiene que construir cajas de 210 cm^3 de volumen.

Empieza construyendo cajas de 10 cm de ancho, 7 cm de fondo y 3 cm de alto.



a. Después de construir algunas, piensa que puede construir cajas de $\frac{1}{2}$ cm de ancho, 30 de fondo y 14 de alto, ya que también tendrían 210 cm^3 de volumen. ¿Es cierto lo que piensa Juan?

b. También piensa que puede construirlas de manera tal que el ancho sea de 3 cm, de fondo midan $\frac{3}{2}$ cm y de alto 34 cm. ¿Podrá Juan construir cajas con estas dimensiones?

c. ¿Pueden escribir una ecuación que represente la relación entre las dimensiones de la caja de Juan y su volumen?

d. Encuentren otras dimensiones posibles para que Juan construya sus cajas.

e. Juan debe seguir construyendo cajas con el mismo volumen, pero quiere que el área, sin considerar la tapa, sea de 179 cm^2.

¿Puede construir una caja de estas características cuyo ancho sea $\frac{1}{2}$ cm, el alto mida 14 cm y el fondo sea de 30 cm? ¿Y otra que mida $\frac{158}{13}$ cm de ancho, 12 cm de fondo y 3 cm de alto?

f. ¿Cómo representarían por medio de ecuaciones las condiciones que impone Juan para sus cajas?

g. Las dimensiones que encontraron para las cajas de Juan en **d.**, ¿satisfacen la nueva condición?

h. A Juan ahora se le ocurre que, además, en sus cajas, la suma del ancho, el fondo y el alto sea 21,5 cm. ¿Cómo representarían por medio de ecuaciones todas las condiciones que impone Juan para sus cajas?

i. ¿Puede construir Juan cajas de 2,5 cm de alto, 7 cm de fondo y 12 cm de ancho? ¿Puede construir Juan cajas de 2 cm de alto, 6,5 cm de fondo y 11 cm de ancho?

j. Juan sabe ahora que otra partida de cajas debe satisfacer que sus volúmenes sean de 475 cm^3, que el área total sea de 5562,5 cm^2, y que la suma de su ancho, alto y fondo sea de 24,5 cm. ¿Cómo representarían por medio de un sistema de ecuaciones todas estas condiciones?

Para reflexionar

En el problema de las cajas de Juan pueden observar que, en principio, se planteaba una ecuación que representara la condición sobre el volumen. Luego, cuando Juan pensó en el área total de las cajas, debimos agregar otra ecuación que representara esta nueva condición. Así vimos que cajas que satisfacían la condición sobre el volumen, podían no satisfacer la condición impuesta para el área. Las cajas que quería construir Juan debían satisfacer ambas condiciones a la vez. Cuando Juan piensa en la suma de los valores de las aristas, se da cuenta de que el número de posibilidades que tiene para construir sus cajas ha cambiado. ¿De qué manera ha cambiado? ¿Cuántas son las condiciones que debe tener en cuenta simultáneamente?

ACTIVIDAD 2

Juan decide buscar presupuesto para forrar sus cajas. Averiguó en varias librerías y ahora está indeciso entre dos. En la librería A le cobran $ 10 por llevarle el papel a su casa y cada m^2 lo cobran $ 2,50. En la librería B no se cobra el envío, pero cada m^2 lo cobran $ 3,25.

a. Escriban las expresiones que le servirían a Juan para calcular lo que le cobrarían en cada una de las librerías.

b. ¿En qué librería le conviene comprar si necesita 6 m^2? ¿Y si tiene que comprar 8 m^2? ¿Y si tiene que comprar 22 m^2?

c. Representen en un gráfico lo que gastaría Juan en cada librería, según los m^2 que compre. Construir una tabla de valores podría ayudarlos a realizar este gráfico.

d. Observen las rectas que obtuvieron. Éstas se cortan en un punto. ¿Qué representa este punto en el contexto del problema?

ACTIVIDAD 3

Juan está pensando en cambiar de proveedor del cartón con el que construye sus cajas. Actualmente, la relación entre los m^2 que necesita comprar y lo que cobra su proveedor es $c = 20 + 0{,}75x$. En esta relación, x representa la cantidad de cartón en m^2, y c, lo que debe pagar Juan.

a. Para otro proveedor B, esta relación vendría dada por $c = 15 + 0{,}90x$. ¿Existe alguna cantidad de m^2 para la cual sea lo mismo elegir un proveedor que otro? ¿Podrían graficar las rectas que representan ambos costos? ¿Qué representa el punto en el que se cortan las rectas? ¿En qué condiciones le conviene a Juan cada uno de los proveedores?

b. Con otro proveedor C, esta relación sería $c = 19 + 0{,}75x$. ¿Existe alguna cantidad de m^2 para la cual sea lo mismo elegir un proveedor que otro? ¿Podrían graficar las rectas que representan lo que le cobraría este nuevo proveedor y lo que le cobra el actual? ¿Qué observan?

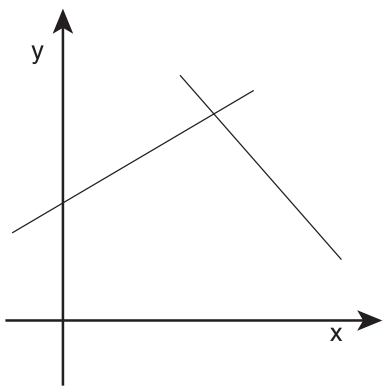
c. Por último, otro proveedor D, le cobraría $2c = 40 + 1{,}50x$. ¿Existe alguna cantidad de m^2 para la cual sea lo mismo elegir un proveedor que otro? ¿Podrían graficar las rectas que representan lo que le cobraría este nuevo proveedor y lo que le cobra el actual? ¿Qué observan?

ACTIVIDAD DE CIERRE

En el siguiente gráfico se han representado las ecuaciones de un sistema.

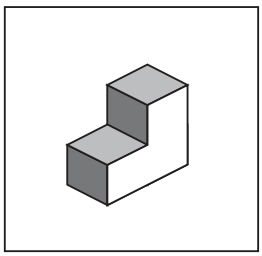
a. ¿Cuántas ecuaciones tiene el sistema? ¿Tiene solución?

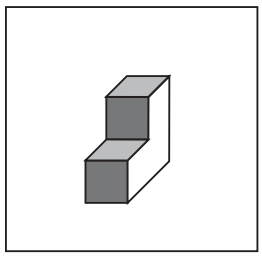
b. ¿Podrían graficar una tercera recta de manera tal que el nuevo sistema no tenga solución?

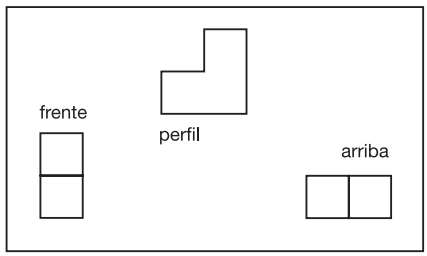


ACTIVIDAD 1

Observen los siguientes tres dibujos del mismo objeto:





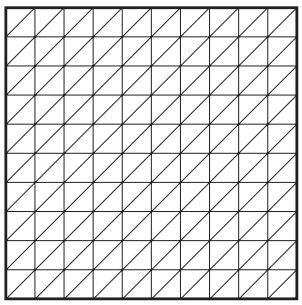


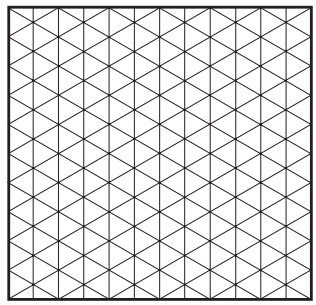
¿Qué representan?

La primera figura está dibujada en perspectiva isométrica. La segunda, en perspectiva oblicua o caballera. El sombreado está hecho sólo para aumentar la sensación de profundidad, aunque no es imprescindible. La tercera no está en perspectiva; presenta tres vistas del objeto: la primera es una vista de frente; la segunda, una vista de perfil, y la tercera, desde arriba. Esta representación está dibujada según el "método Monge".

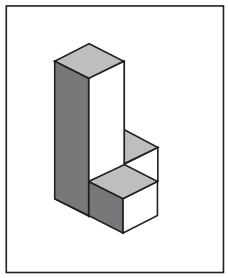
a. Busquen semejanzas y diferencias entre los dos tipos de perspectiva (fíjense en ángulos, longitudes, dirección de las líneas y otros aspectos relacionados). Comparen las distintas conclusiones a las que llegaron.

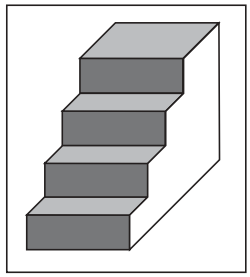
b. Las siguientes grillas les servirán para usar de base cuando dibujen en estos dos tipos de perspectiva. Dibujen cada figura en la grilla que consideren adecuada:

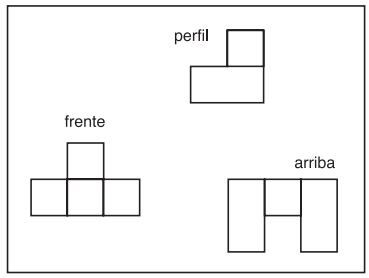




c. Dibujen cada una de las siguientes figuras en los otros tipos de representaciones que trabajamos hasta ahora:







Para reflexionar

¿Cuál de los tres tipos anteriores de representaciones usarían para dar indicaciones, sobre las medidas y la descripción de un mueble? ¿Por qué?

Un cubo tiene ángulos rectos en todas sus caras y sus aristas son iguales. ¿Qué características mantiene y cuáles pierde en cada uno de estos tipos de representación?

ACTIVIDAD 2

a. Dibujen en perspectiva isométrica las figuras descriptas a continuación:

tres cubitos formando diferentes figuras (por lo menos dibujá tres distintas);

un cubo de dos unidades de arista;

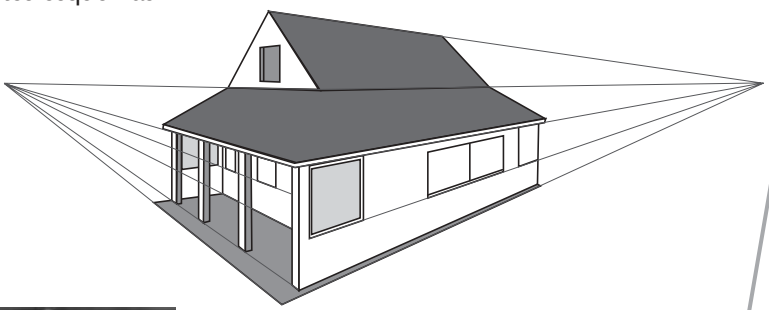
una figura inventada por ustedes.

b. Dibujen cuatro de las figuras del punto anterior en perspectiva oblicua, y usando el método Monge.

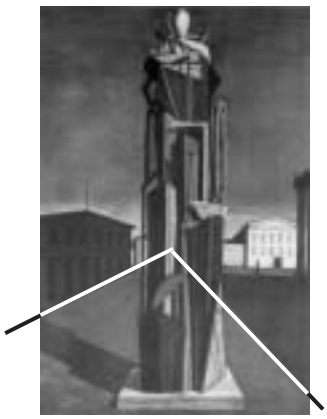
c. Dibujen las tres últimas figuras de la hoja anterior tal como se verían "desde atrás" y "desde la derecha".

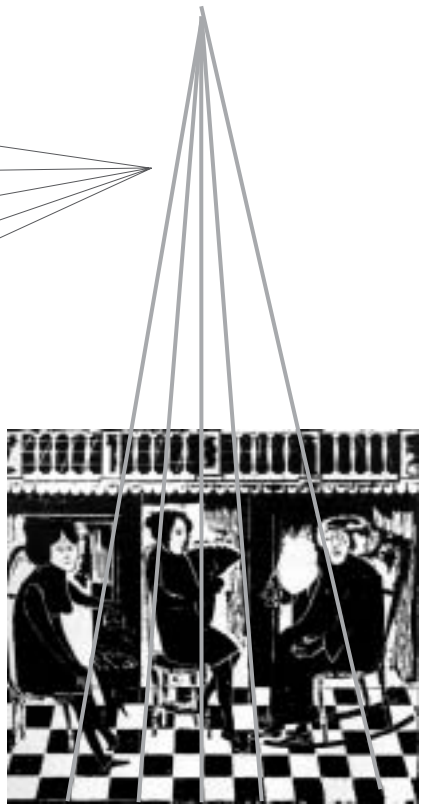
ACTIVIDAD DE CIERRE

Si se fijan en fotos, postales, en algunos cuadros, pueden ver ejemplos de otros tipos de perspectiva. Observen los siguientes esquemas:



Giorgio De Chirico,
El gran metafísico, pintura.





Fernando López Anaya,
La hora de la siesta, xilografía.

En el primero y en el último parece haber líneas que convergen en un punto. En cambio, en el segundo, parece haber líneas que convergen hacia dos puntos, uno a la derecha y otro a la izquierda de la imagen.

Los puntos se llaman "puntos de fuga".

En una de esta imágenes está marcado el punto de fuga. En la otra, los dos puntos de fuga.

Según la altura a la que se coloquen para ver la imagen, parecerá que están mirando el objeto desde abajo, desde el mismo nivel, o desde arriba.

a. Analicen las características de estas dos representaciones

b. En imágenes de revistas, diarios o libros, postales, fotos, busquen ejemplos de los distintos tipos de perspectivas. Ubiquen la posición del o de los puntos de fuga.

c. Realicen un croquis en cada tipo de perspectiva de algún objeto de los alrededores de su colegio.

La simetría entre los diamantes

ACTIVIDAD 1

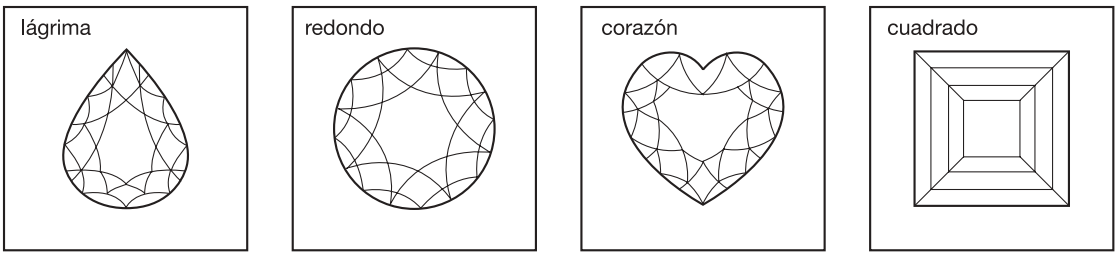
Los diamantes son piedras preciosas. Es notable que estén compuestas del mismo material que el carbón: son de carbono.

La mayor producción de diamantes se obtiene de África. En América del Sur, se extraen en las zonas de los estados de Bahía, Mato Grosso y Minas Gerais, en Brasil.

El tamaño de los diamantes se mide en quilates. El quilate es una unidad de peso que equivale a 205 miligramos. La palabra "quilate" es de origen griego, y significa "peso de 4 granos".

Un diamante recién extraído, "en bruto", no tiene el brillo característico que adquiere después de ser tallado.

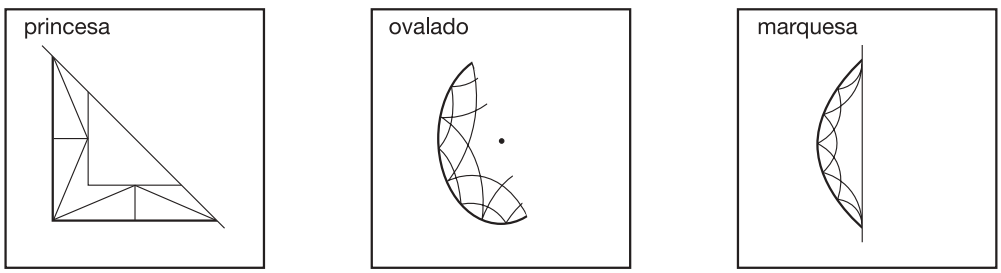
El tallador de diamantes emplea mucho las simetrías. Hay algunos diseños clásicos, de los que mostramos una representación (vista desde arriba)



a. Marquen en cada uno de los diseños los ejes de simetría, si los hay.

b. ¿En cuáles de ellos hay centro de simetría? Márquenlos. Analicen si en estos casos hay alguna relación entre la cantidad o la posición de los ejes de simetría y el tener o no centro de simetría. Comparen las respuestas obtenidas con las respuestas de sus compañeros.

c. En estos 3 casos, está completa la mitad del tallado. Dibujen la otra parte, sabiendo que en el primero y en el tercero la recta marcada es un eje de simetría; y en el segundo, el punto marcado es centro de simetría (pueden ayudarse con papel de calcar o carbónico).



Para reflexionar

¿Qué datos le pueden alcanzar al tallador para reproducir cada diseño?

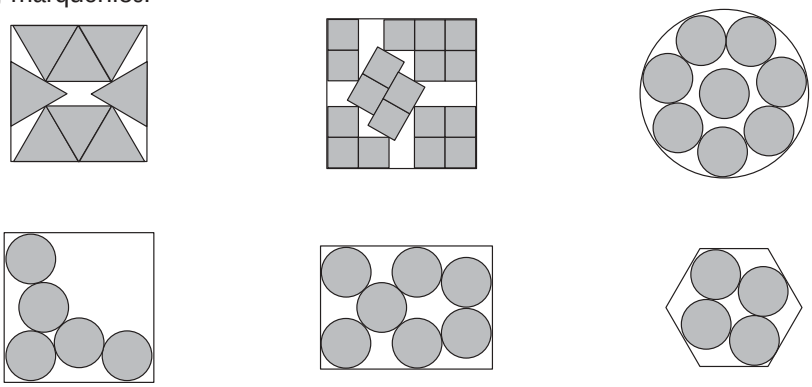
¿Puede haber diseños con un solo eje de simetría? ¿Con dos? ¿Con diez? ¿Con infinitos? ¿Con ninguno?

¿Puede haber diseños con un solo centro de simetría? ¿Con dos? ¿Con diez? ¿Con infinitos? ¿Con ninguno?

Si dicen que sí, muestren un ejemplo (invéntenlo); si dicen que no, expliquen por qué lo suponen.

ACTIVIDAD 2

a. Estudien si en estos diseños geométricos hay ejes de simetría o centros de simetría. En caso de que los haya, márquenlos:



b. Muestren que realizar dos simetrías axiales consecutivas, con los ejes a 90° equivale a realizar una simetría central. ¿Dónde se ubica el centro de simetría?

Si una figura tiene centro de simetría, ¿debe necesariamente tener dos ejes de simetría perpendiculares?

ACTIVIDAD DE CIERRE

Las simetrías también están presentes en otros ámbitos.

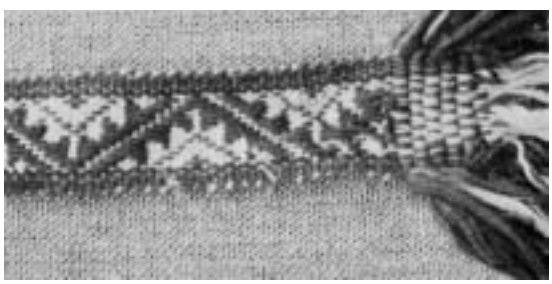
Muchas veces aparecen en los adornos de los trajes típicos de distintos pueblos. El estilo del diseño permite a menudo identificar su origen.

En Lituania, un país europeo a orillas del Mar Báltico, se usa una forma de bordado característica en los trajes típicos regionales.

Las figuras se forman pasando con una aguja puntadas de diferentes largos, hacia arriba y hacia abajo de la tela, de forma tal que se colocan los hilos rectos, paralelos y muy juntos. De un lado queda el dibujo, y del otro el "negativo" de la figura.

Los trajes de mujeres tienen franjas que adornan los delantales, las mangas de las blusas, los chalecos. Los trajes de hombre tienen franjas en los lazos de las corbatas, en los puños de las camisas. Se puede reconocer a qué región de Lituania pertenece un traje, por el tipo de diseño.

Este es uno de los diseños tradicionales:



a. Identifiquen las simetrías.

b. Pregunten en sus casas, o a las personas mayores de su comunidad, cómo eran los diseños de los trajes típicos de sus antepasados. Averigüen si usaban simetrías en los diseños, si había modelos o dibujos característicos.

c. Hagan un informe y comparen con lo que averiguaron sus compañeros de clase.

Calcular probabilidades

ACTIVIDAD 1

En una caja hay cuatro bolillas numeradas con los dígitos 2, 4, 5 y 7.

Se saca sin mirar una bolilla de la caja, se anota su número y se deja la bolilla extraída fuera de la caja. Se elige una segunda bolilla, se anota su número y vuelve a dejarse fuera de la caja la bolilla extraída. Finalmente se elige una tercera bolilla y se anota su número.

a. Den tres ejemplos de números distintos que se puedan obtener con este método.

b. ¿Podrían decir cuántos números de tres cifras se pueden obtener, sin tener que escribirlos a todos? Calculen cuántos números distintos se pueden formar.

c. ¿Hay algún número más fácil de formar que los otros? Expliquen cómo lo pensaron.

d. ¿Cuál es la probabilidad de formar un número par? ¿Cómo lo pensaron?

e. ¿Cuál es la probabilidad de formar un número capicúa? ¿Cómo lo pensaron?

ACTIVIDAD 2

Se quiere elegir el comité de un club, que debe estar formado por tres miembros, presidente, tesorero y secretario.

Se presentaron cuatro candidatos: Andrea, Brenda, Cristian y David.

a. Se pueden formar varios comités diferentes. Por ejemplo, que Andrea sea presidente, David sea tesorero y Brenda sea secretaria. ¿Es posible armar un comité diferente con las mismas personas? Si dicen que sí, expliquen cómo armarlo; si dicen que no, expliquen por qué.

b. Propongan tres comités más. ¿Cuántos comités diferentes se pueden elegir entre los cuatro candidatos?

c. Si los comités se eligen por sorteo, ¿hay algún comité más fácil de armar que los otros posibles? ¿Por qué?

d. Se elige por sorteo el comité. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos mujeres sean elegidas? Y, ¿cuál es la probabilidad de que en el sorteo una mujer sea presidente y la otra sea tesorera?

e. ¿Hay diferencia entre las dos preguntas anteriores? Si dicen que sí, expliquen cuál es; si dicen que no, expliquen por qué.

ACTIVIDAD 3

Camila compró tres regalos iguales para sus sobrinos. Quiere envolverlos en sobres de papel de regalo. Tiene cuatro de diferentes colores: azul, rojo, verde y dorado. En cada sobre puede colocar, como mucho, un regalo. ¿De cuántas formas diferentes se pueden colocar los tres regalos en los cuatro sobres?

Para reflexionar

Piensen en cómo contaron los casos posibles en los tres problemas anteriores. ¿Hay alguna característica que los haga parecidos o que marque una diferencia entre ellos?

Expliquen cuáles son las similitudes y las diferencias que encontraron.

ACTIVIDAD 4

Una familia tiene cuatro perros, un dálmata, un pequinés, un salchicha y un ovejero, que cuando llueve duermen en dos cuchas grandes, una roja y una azul.

a. ¿De cuántas formas diferentes pueden dormir en las dos cuchas? (puede quedar alguna cucha vacía). Por ejemplo: el ovejero, el pequinés y el salchicha pueden dormir en la cucha roja y el dálmata en la azul.

b. Si ninguno de ellos mostró preferencia por alguna cucha, ¿cuál es la probabilidad de que el dálmata y el ovejero elijan la cucha azul? ¿Y de que elijan la cucha roja? ¿Y de que elijan la misma cucha?

c. ¿Hay diferencias entre las tres preguntas anteriores? ¿Dónde pueden estar los otros dos perros, en cada caso?

ACTIVIDAD 5

A Julieta y a Nicolás les regalaron cuatro paquetes de caramelos: uno de frutilla, uno de naranja, uno de menta y uno de chocolate. Deciden repartírselos en partes iguales entre los dos (dos paquetes para cada uno).

a. ¿De cuántas formas se pueden repartir los paquetes?

Ejemplo: Julieta puede quedarse con los paquetes de frutilla y menta, y Nicolás con los paquetes de naranja y chocolate.

b. Si hacen el reparto por sorteo, ¿cuál es la probabilidad de que a Nicolás le toque el paquete de chocolate que le gusta?

ACTIVIDAD DE CIERRE

¿Serían capaces de inventar 30 resultados del lanzamiento de una moneda, de forma que otras personas piensen que han lanzado la moneda en realidad? A este tipo de experimentaciones se lo llama simulación.

Vamos a ver qué tan bien pueden simular esa tirada.

a. Aquí tienen dos hileras de casilleros. En la primera fila escriban 30 resultados sin realizar realmente el experimento. Para rellenar la segunda fila, lancen la moneda 30 veces y escriban los resultados obtenidos. Pueden usar C para cara y + para cruz.

b. Ahora que tienen estos datos, ¿les parece que son parecidos los resultados reales (con la moneda) y los simulados? Expliquen en qué se basan para contestar.

c. Para hacer un breve informe de sus resultados, realicen gráficos comparativos:

1. Número de caras en las distribuciones reales y número de caras en las distribuciones simuladas.

2. Número de rachas en las distribuciones reales y número de rachas en las distribuciones simuladas.

3. Longitud de la racha más larga en las distribuciones reales y en las distribuciones simuladas.

Comparen si los datos apoyan o no la conclusión previa al punto **b.**

En química, se hacen, se utilizan y se estudian cierto tipo de mezclas de dos o más sustancias, llamadas soluciones. No cualquier mezcla de sustancias es una solución. Lo es cuando en la mezcla no se detectan partes con diferente composición o aspecto, incluso con microscopios poderosos.

Los componentes de la solución pueden ser sólidos, líquidos o gaseosos; se denomina solvente a aquel cuyo estado coincide con el de la solución. Por ejemplo, en una solución de agua salada, el solvente es el agua. Los solutos son los otros materiales que forman parte de la solución, en este caso, la sal.

Vamos a analizar una de las propiedades de las soluciones que no depende de la cantidad de solución: la concentración. Ésta expresa la proporción en que se encuentran los componentes de la solución. Para hallar esta proporción, se necesita medir la cantidad de cada uno: el peso o el volumen.

ACTIVIDAD 1

Una forma usual de expresar la concentración es con su porcentaje en peso (% en peso): gramos de soluto cada 100 g de solución. Por ejemplo, si se dice que una solución de sal común (cloruro de sodio: NaCl) en agua está al 15% en peso, significa que en 100 g de salmuera (la solución) hay 15 g de sal (el soluto). El solvente es el agua.

a. Completen la siguiente tabla, con los datos que correspondan para la concentración dada:

soluto (NaCl)	10 g		25 g	15 g		50 g
solución		140 g			1300 g	

b. Analicen, para las tres primeras columnas, si cambia o no la concentración de la solución si se agregan 10 g de sal. O, si en cambio, se agregan 50 g de agua.
En cualquier caso explicar cómo y por qué.

ACTIVIDAD 2

Si continuamos agregando sal, llega un momento en que ésta empieza a quedarse en el fondo del vaso, es decir, no se disuelve aunque revolvamos mucho. La cantidad máxima de soluto que se puede disolver en la unidad de volumen del solvente se denomina solubilidad. Pero si calentamos la solución, lograremos disolver un poco más de sal.

En el caso del agua con sal, se midió que el peso máximo de soluto que se disuelve en 100 g de agua, según la temperatura es:

T (°C)	0	10	20	30	40	50	60	80	100
NaCl (g)	35,7	35,8	36,0	36,3	36,6	37,0	37,3	38,4	39,0

Calculen las concentraciones respectivas en % en peso y hagan un gráfico aproximado de concentración en función de la temperatura.

Para reflexionar

Analicen en los dos ejemplos anteriores, a partir de las tablas construidas:

a. ¿Cuáles son las variables que intervienen en cada caso?

b. ¿Se relacionan esas variables mediante algún tipo de proporcionalidad? Expliquen cómo lo pensaron.
El gráfico elaborado en el segundo ejemplo corresponde al tipo de relación encontrada entre las variables. ¿Por qué?

ACTIVIDAD 3

Dos amigos fueron a correr por un sendero. Uno de ellos es un experto corredor y mantiene su velocidad prácticamente constante. El otro, no. Cada uno tomaba sus tiempos con un cronómetro cuando pasaba por las marcas que había cada 100 m. Registraron:

Dist:	100 m	200 m	300 m	400 m
Tiempo 1°:	0,25 min	0,50 min	0,75 min	1,00 min
Tiempo 2°:	0,20 min	0,45 min	0,90 min	1,25 min

a. Realicen un gráfico de la distancia recorrida en función del tiempo.

b. Si se hubieran tomado los tiempos cada 50 m, ¿dónde creen ustedes que se ubicarían en el gráfico los puntos intermedios? ¿Hay una única posibilidad? Expliquen por qué.

c. Analicen, para ambos amigos, si la distancia es proporcional al tiempo. En caso de serlo, averigüen cuál es la constante de proporcionalidad. Indiquen a partir de qué datos lo pensaron.

ACTIVIDAD 4

Se toma un registro de las distancias y velocidades de un auto de fórmula 1 durante 5 segundos y se registran estos valores:

Tiempo :	1 seg	2 seg	3 seg	4 seg	5 seg
Distancia:	90 m	160 m	210 m	240 m	250 m
Velocidad:	90 $m/_{seg}$	80 $m/_{seg}$	70 $m/_{seg}$	60 $m/_{seg}$	50 $m/_{seg}$

1. Hagan gráficos de la distancia recorrida y de la velocidad en función del tiempo, a partir de los datos anteriores. ¿Son únicos?

2. Analicen si hay proporcionalidad entre alguna de las variables medidas y el tiempo y cuál es la constante de proporcionalidad.

ACTIVIDAD DE CIERRE

Si se caen una maceta y una pluma desde el techo de una casa, es muy probable que la maceta llegue al piso antes que la pluma. Sin embargo, bajo ciertas condiciones, caerían al mismo tiempo. Galileo estudió la caída libre de objetos y estableció que si se deja caer un objeto, la velocidad que tiene "t" segundos después de que se soltó (si no llegó al piso todavía) es proporcional al tiempo. La constante de proporcionalidad es "g" (la aceleración de la gravedad, aproximadamente, es de 10 $m/_{seg^2}$). Es decir,

$$v = g \cdot t = 10\ m/_{seg^2} \cdot t$$

Este modelo no toma en cuenta la resistencia del aire (por ejemplo, no es válido para la caída de una pluma o de un hombre en paracaídas). A partir de esa expresión, se puede obtener otra. Expresen cuántos metros llegó a caer la maceta en un determinado momento, midiendo la distancia desde el techo hasta el piso

$$d = \frac{1}{2} g\ t^2 \cong 5\ m/_{seg^2} \cdot t^2$$

a. Hagan una tabla calculando la velocidad que adquiere la maceta y la distancia que lleva caída en función del tiempo transcurrido desde que comenzó a caer.

b. Construyan los gráficos correspondientes. Observen las características de los gráficos que permiten decir si hay o no proporcionalidad.

c. Intenten encontrar la relación entre la altura desde la que se cae y la velocidad a la que llega al piso a partir de las ecuaciones de velocidad y distancia.

d. Expresen esta velocidad en km/h para compararla con la velocidad de objetos que conozcan.

En física, química y biología se usan distintas unidades de medida para distintos fenómenos. Busquen ejemplos, al menos tres de cada una, expliquen cuáles son las variables que se miden y cuáles son las unidades de uso habitual.

=Equidad
Programa de Acciones Compensatorias en Educación
PACE

Unidad de Recursos Didácticos
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN BÁSICA

MINISTERIO de EDUCACIÓN
PRESIDENCIA de la NACIÓN